

METAMODELOS EM ENGENHARIA GEOTÉCNICA: APLICAÇÃO À RETROANÁLISE DE ESTRUTURAS GEOTÉCNICAS

Metamodels in Geotechnical Engineering: an application to the back-analysis of geotechnical structures

David M. G. Taborda^a, António M. G. Pedro^b, Manuel Matos Fernandes^c, Jorge Almeida e Sousa^d

^a Departamento de Engenharia Civil & Ambiente, Imperial College London, Reino Unido

^b Departamento de Engenharia Civil, ISISE, ARISE, Universidade de Coimbra, Portugal

^c Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Portugal

^d Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, Portugal

RESUMO – Este artigo apresenta uma metodologia para efetuar a retroanálise de estruturas geotécnicas complexas recorrendo a metamodelos. A validação do método é efetuada através da análise da escavação multi-escorada executada para a estação de Tottenham Court Road, em Londres. Para o efeito, foi criada uma base de dados com 1943 análises de elementos finitos, nas quais se variaram 18 parâmetros do modelo, designadamente o coeficiente de impulso em repouso, e os parâmetros de rigidez dos solos e das escoras. Seis metamodelos foram treinados, um por fase de escavação, tendo-se obtido em todos coeficientes de determinação superiores a 0,977. Os parâmetros com maior influência nos deslocamentos da parede foram identificados através de um estudo de sensibilidade baseado em índices de Sobol. Por último, através do acoplamento dos metamodelos a um algoritmo genético, foi efetuada uma retroanálise com base na deformada da parede. Os parâmetros calibrados foram verificados recorrendo a um modelo numérico independente, confirmando a fiabilidade do processo proposto e a sua adequação à implementação do método observacional.

ABSTRACT – This paper presents a methodology for the back-analysis of complex geotechnical structures using metamodels, illustrated through the multi-propped deep excavation at Tottenham Court Road station, London. A database of 1943 finite element analyses was generated by varying 18 model parameters, from which six metamodels were trained, one per excavation phase, achieving coefficients of determination exceeding 0.977 on the test dataset. The parameters with the greatest influence on the wall movements were identified through a global sensitivity study based on Sobol indices. Back analysis of the deep excavation was performed by coupling the metamodels with a genetic algorithm. The calibrated parameters were verified against an independent finite element model, confirming the reliability of the proposed workflow and its suitability for implementation within the observational method.

Palavras Chave – escavações profundas, metamodelos, método observacional.

Keywords – deep excavations, metamodels, observational method.

E-mails: d.taborda@imperial.ac.uk (D. Taborda), amgpedro@dec.uc.pt (A. Pedro), mfern@fe.up.pt (M. Fernandes), jas@dec.uc.pt (J. Sousa)

ORCID: orcid.org/0000-0001-5391-2087 (D. Taborda), orcid.org/0000-0003-0271-7243 (A. Pedro), orcid.org/0000-0003-2661-9357 (M. Fernandes), orcid.org/0009-0000-0040-4783 (J. Sousa)

1 – INTRODUÇÃO

A modelação numérica de estruturas geotécnicas por elementos finitos constitui atualmente uma ferramenta incontornável na prática da engenharia geotécnica, permitindo simular problemas de elevada complexidade que envolvem geometrias irregulares, condições de carregamento e de fronteira variáveis, sequências construtivas detalhadas e comportamento não-linear dos solos. No entanto, e apesar dos avanços verificados nas últimas décadas ao nível dos recursos computacionais disponíveis, a execução de modelos numéricos de elevada fidelidade continua a implicar tempos de cálculo que podem variar entre minutos e horas por análise. Esta limitação torna proibitiva a execução das centenas ou milhares de análises que seriam necessárias para, por exemplo, realizar estudos de otimização, quantificar a variabilidade da resposta de uma estrutura, ou proceder à sua retroanálise de forma sistemática e objetiva. Neste contexto, os metamodelos emergem como uma alternativa computacionalmente eficiente, permitindo substituir modelos numéricos de elevada fidelidade por aproximações matemáticas com reduzido custo de avaliação (Forrester et al., 2008; Kudela e Matousek, 2022; Sheil et al., 2026). Devidamente treinados, estes modelos permitem realizar, em segundos, análises que de outro modo necessitariam de dias de computação.

Em engenharia geotécnica, a retroanálise é um problema inverso de particular importância e dificuldade, resultante não só da natureza inerentemente variável e complexa dos solos, mas também da não-unicidade das soluções, da presença de ruído nas medições (Ledesma et al., 1996) e do elevado custo computacional associado a cada avaliação do modelo numérico (Finno e Calvello, 2005; Ferrero et al., 2023). Métodos tradicionais de retroanálise, como o ajuste manual por tentativa-e-erro (Pedro, 2007; Yeow et al., 2014; Chen, 2018) ou abordagens baseadas em otimização acopladas a modelos de elementos finitos (Finno e Calvello, 2005; Rechea et al., 2008), são geralmente limitados a espaços de parâmetros de baixa dimensionalidade, dada a necessidade de manter o número de avaliações do modelo dentro de limites praticáveis.

A substituição do modelo de elementos finitos por um metamodelo durante o processo de retroanálise resolve este problema de forma eficiente: uma vez gerado e validado o metamodelo, o algoritmo de otimização pode avaliar milhares de combinações de parâmetros em tempo (quase) real, tornando a retroanálise não só mais rápida, mas também mais objetiva e sistemática (Ferrero et al., 2023). Esta abordagem é particularmente relevante no contexto do método observacional (Peck, 1969; Finno e Calvello, 2005; Yeow et al., 2014), segundo o qual os parâmetros constitutivos são progressivamente refinados com base em dados de monitorização recolhidos durante a construção, permitindo atualizar as previsões de desempenho e, quando justificado, introduzir modificações ao projeto com poupanças em termos de tempo e de custo.

O presente artigo descreve o processo completo para a criação e utilização de metamodelos na retroanálise de estruturas geotécnicas. A metodologia é ilustrada através de um caso de estudo real: a escavação profunda multi-escorada executada para a estação de *Tottenham Court Road (TCR)*, em Londres. Este caso, descrito em detalhe por Yeow et al. (2014), Chen et al. (2015) e Chen (2018), ilustra a aplicação do método observacional em engenharia geotécnica em meios urbanos, no qual condições geotécnicas mais favoráveis do que as inicialmente previstas permitiram a supressão de um nível de escoramento, com significativas poupanças em termos de tempo e custo de construção.

2 – DEFINIÇÕES E APLICAÇÕES DE METAMODELOS

Um metamodelo é uma construção matemática que aproxima a relação entre um conjunto de variáveis de input, θ , e um ou mais valores de output, y , através de um modelo físico ou numérico, assumido neste contexto como sendo “verdadeiro”. Um modelo de elevada fidelidade — representado aqui como $y = f(\theta)$ — requer geralmente um esforço computacional significativo (por exemplo, devido ao uso do método dos elementos finitos) que se pretende minimizar através da sua aproximação por um metamodelo $\hat{y} = \hat{f}(\theta)$, cuja avaliação tem custo computacional negligenciável. A criação do metamodelo é feita a partir de um conjunto relativamente limitado de

observações $\{\theta_i, y_i\}$, obtidas através da avaliação do modelo original $f(\theta)$, com o objetivo de se tornar suficientemente preciso no domínio de análise (Sacks et al., 1989; Forrester et al., 2008; Kudela e Matousek, 2022). De forma geral, a criação de um metamodelo envolve as seguintes operações: (i) definição do domínio das variáveis de *input* e da estratégia de amostragem; (ii) geração da base de dados de suporte ao metamodelo através da execução de simulações numéricas nos pontos da amostra, visando avaliar a resposta do modelo; e (iii) construção e validação do metamodelo. Para cada uma destas etapas existem várias técnicas que podem ser adotadas, cuja descrição, fora do âmbito deste artigo, pode ser encontrada em Simpson et al. (2001), Kudela e Matousek (2022), Forrester et al. (2008) e Sheil et al. (2026), entre outros.

O primeiro tipo de metamodelo a ganhar importância em engenharia geotécnica tinha como propósito substituir diretamente modelos constitutivos (Ghaboussi et al., 1991; Hashash et al., 2004; Masi et al., 2021; Cerek et al., 2025). Como descrito por Sheil et al. (2026), estes metamodelos podem ser baseados somente em dados ou incorporar restrições que são introduzidas para assegurar consistência com leis físicas — por exemplo, leis termodinâmicas, como em Masi et al. (2021) — garantindo assim uma melhor capacidade de generalização quando o número de observações é reduzido. Com o aumento da disponibilidade de recursos computacionais e com o desenvolvimento de rotinas de automação de análises de elementos finitos através de Interfaces de Programação de Aplicações (API), tornou-se possível a geração de grandes volumes de dados relativos a estruturas geotécnicas. Este processo, apesar de ser praticamente automatizado, exige um esforço computacional substancial e volumes consideráveis de dados, tornando pouco viável o seu uso quando estão envolvidos dezenas de *inputs*, dada a implicação direta no número de análises necessárias para a criação deste tipo de metamodelos.

Quadro 1 – Classificação proposta para metamodelos de acordo com a sua aplicação.

Componente do modelo	Otimização	Variabilidade	Retroanálise
Geometria	Variável	Constante	Constante
Condições geotécnicas	Constante	Variável	Constante
Parâmetros constitutivos	Constante	Constante	Variável

Neste contexto, uma possível classificação de metamodelos para substituição de análises de elementos finitos de acordo com a sua finalidade está descrita no Quadro 1, na qual são consideradas três componentes específicas de problemas geotécnicos: a “geometria” — que engloba não só as dimensões da estrutura, mas também o faseamento construtivo, as condições de carregamento e os níveis de escoramento —, as “condições geotécnicas” — que incluem, por exemplo, parâmetros de estado como perfis de grau de sobreconsolidação ou de compacidade relativa para argilas e areias, respetivamente —, e os “parâmetros constitutivos” — onde se incluem todos os parâmetros necessários à definição do comportamento de um material. Com base nestas três componentes, uma primeira categoria de metamodelos, aqui designada por “otimização”, pode ser identificada. Estes metamodelos são adequados para a simulação de estruturas geotécnicas em depósitos relativamente bem caracterizados, tanto ao nível da estratigrafia como dos parâmetros constitutivos, mas com geometria variável. Aplicações deste tipo de metamodelos incluem previsões de, por exemplo, deformações associadas a paredes multi-escoradas (Kung et al., 2007; Yang et al., 2026), capacidade de carga de fundações por caixão de sucção (*suction buckets*) sujeitas a condições de carregamento generalizado (Zhang et al., 2020; Yin et al., 2023; Ruiz López et al., 2025), comportamento de muros-cais (Cerek et al., 2026), desempenho térmico de coletores solares integrados em pavimentos rodoviários (Ghalandari et al., 2024), ou deslocamentos induzidos pela escavação de poços profundos em Londres (Ruiz López et al., 2024). Por exemplo, esta última aplicação permite de forma instantânea calcular os deslocamentos verticais e horizontais tanto à superfície como em profundidade induzidos pela escavação de poços, substituindo desta forma as expressões empíricas propostas por New e Bowers (1994) e, mais recentemente, por Taborda et al. (2025), que,

curiosamente, foram obtidas com base em simulações numéricas e que constituem, em si mesmas, uma forma de metamodelo. Assim, esta classe de metamodelos para “otimização” é particularmente relevante em fases preliminares de projeto, designadamente em estudos de viabilidade em que existe algum conhecimento das condições geotécnicas — tipicamente limitado — mas ainda não existe uma solução de engenharia pré-definida.

O segundo tipo de metamodelos, denominado de “variabilidade”, considera estruturas geotécnicas com geometria e parâmetros constitutivos definidos instaladas em maciços cujas características geotécnicas — estratigrafia, grau de sobreconsolidação ou compacidade relativa, posição do nível freático, entre outras — diferem de local para local. Exemplos deste tipo de aplicação incluem fundações *offshore*, nas quais uma solução específica é aplicada em vários locais pertencentes a áreas geográficas extensas, resultando em possíveis variações nos perfis geotécnicos entre diferentes instalações. No metamodelo para caixões de sucção descrito por Ruiz López et al. (2025), para além das várias configurações geométricas consideradas, a densidade relativa da areia é incluída como *input*, permitindo que o metamodelo seja aplicado a múltiplos perfis geotécnicos. Esta flexibilidade torna estes modelos úteis em fases preliminares de projeto, em que não é economicamente viável realizar análises detalhadas para todas as condições geotécnicas encontradas num dado projeto. A aplicação desta categoria de metamodelos exige, no entanto, a adoção de modelos constitutivos suficientemente avançados para os diversos materiais, uma vez que estes devem ser capazes de reproduzir o comportamento do solo independentemente das suas condições *in situ* utilizando apenas um conjunto de parâmetros. Esta exigência poderá explicar, em parte, a menor prevalência deste tipo de metamodelos na literatura em comparação com as restantes categorias.

Por último, nos metamodelos de “retroanálise” é assumido que tanto a geometria como as condições geotécnicas do problema são conhecidas, e que a incerteza surge ao nível da definição dos parâmetros constitutivos. Estes metamodelos permitem estudar a sensibilidade da resposta de uma estrutura geotécnica — expressa em termos de assentamentos, deformações de uma parede, forças numa escora ou capacidade de carga de uma fundação, entre outros — aos parâmetros constitutivos adotados para os diversos materiais. Esta característica permite que sejam utilizados na solução de problemas inversos (Ledesma et al., 1996; Calvello e Finno, 2005), ou de retroanálise, nos quais o comportamento observado em campo é utilizado para calibrar parâmetros constitutivos, seja por tentativa-e-erro, seja através do acoplamento do metamodelo com um algoritmo de otimização. Esta abordagem tem enorme potencial em engenharia geotécnica, uma vez que os parâmetros de modelos constitutivos são, por natureza, de difícil calibração, refletindo o facto de serem aproximações do comportamento de solos que é inerentemente variável e complexo. Adicionalmente, a redução substancial do custo computacional proporcionada pelos metamodelos em relação aos modelos numéricos tradicionalmente utilizados para gerar os dados de treino implica que o processo de retroanálise pode ser executado em tempo (quase) real, tirando partido de esquemas de monitorização contínua. Esta capacidade é fundamental para a implementação do método observacional (Peck, 1969; Finno e Calvello, 2005; Yeow et al., 2014), permitindo obter previsões de desempenho futuro com base em parâmetros constitutivos progressivamente mais refinados, e para o desenvolvimento de sistemas de manutenção proativa e de alerta precoce. Consequentemente, é possível encontrar na literatura múltiplos exemplos deste tipo de metamodelos, incluindo aplicações à retroanálise de monoestacas (Pirrone e Taborda, 2023) e de escavações profundas escoradas (Cañavate-Grimal et al., 2015; Ferrero et al., 2023). Dadas as suas características, este tipo de metamodelos é mais frequentemente utilizado nas fases de construção ou operação da estrutura, tanto de forma independente como no contexto de gémeos digitais (*digital twins*).

Com o avanço dos recursos computacionais, prevê-se a criação de metamodelos mais robustos, capazes de lidar com *inputs* e *outputs* cada vez mais alargados, tornando-os aptos para auxiliar em todas as fases de um projeto, desde o pré-dimensionamento até à operação e manutenção. Um exemplo inicial de um metamodelo com maior generalidade é apresentado por Sanchez Fernandez

et al. (2025). Neste, pode simular-se o comportamento de estacas permutadoras de calor, sendo possível variar a configuração dos tubos permutadores, o carregamento térmico, assim como o comprimento e o diâmetro das estacas (“otimização”), a temperatura inicial do maciço e a sua estratigrafia (“condições geotécnicas”), para além da condutividade térmica de cada material (“retroanálise”). Esta diversidade de *inputs* é viável devido à natureza relativamente simples do problema de uma estaca isolada permutadora de calor, instalada num maciço onde ocorre fluxo de calor apenas por condução.

3 – MODELO NUMÉRICO

Para ilustrar a aplicação de metamodelos à retroanálise de estruturas geotécnicas, foi selecionado o caso da escavação da estação de *Tottenham Court Road (TCR)*. Esta estação, localizada no centro da cidade de Londres, Reino Unido, foi extensamente ampliada no âmbito do projeto *Crossrail* (denominado atualmente como *Elizabeth Line*) pertencente ao sistema de metropolitano da cidade. Este projeto, um dos mais complexos da Europa na altura da sua execução, envolveu a construção de 42 km de túneis, ligando Reading e o aeroporto de Heathrow, no oeste de Londres, a Shenfield e Abbey Wood no leste da cidade. A estação *TCR* está localizada no trecho central do *Crossrail* e permite a transferência de passageiros para outras duas linhas de metro: *Central Line* e *Northern Line*. A escavação efetuada tem dimensões em planta de aproximadamente 41 m × 31 m, atingindo uma profundidade de cerca de 30 m, sendo contida lateralmente por paredes moldadas com 40 m de profundidade e 1,0 m de espessura. Inicialmente estava prevista a instalação de cinco níveis de escoras, mas, através da aplicação do método observacional - descrito em detalhe em Yeow et al. (2014) - verificou-se que as condições geotécnicas eram mais favoráveis do que o esperado. Assim, e tendo como suporte um estudo de retroanálise efetuado, considerou-se que o último nível de escoras podia ser suprimido em segurança, o que permitiu reduzir a duração do projeto em 4 semanas e gerou uma poupança de cerca de £700 000. A configuração final desta escavação está ilustrada na Figura 1, sendo que o quinto nível de escoras aparece indicado apesar de não ter sido instalado.

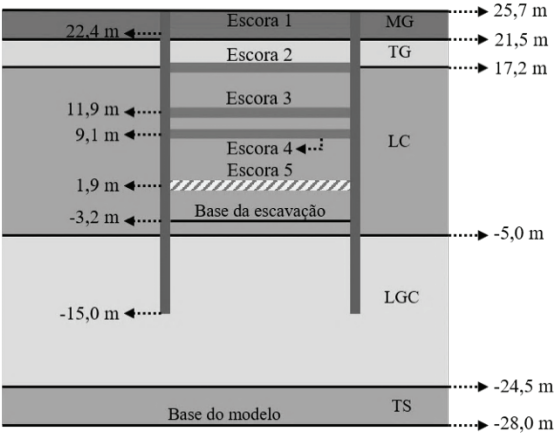


Fig. 1 – Geometria e estratigrafia da escavação para a estação *TCR*.

O perfil geotécnico encontrado no local é típico da zona central de Londres, tendo 8,5 m de depósitos superficiais (4,2 m de aterro - *Made Ground*, *MG* - e 4,3 m de depósitos fluviais - *Terrace Gravels*, *TG*), seguidos de 22,2 m de argila de Londres (*London Clay*, *LC*), 19,5 m de argila do grupo de *Lambeth* (*Lambeth Group Clay*, *LGC*) e 3,5 m de areias de *Thanet* (*Thanet Sand*, *TS*).

Abaixo deste nível, que corresponde a uma profundidade de 53,7 m, encontra-se uma rocha branda, *Chalk*, que não é considerada na modelação descrita neste artigo. Como é típico em Londres, na zona em estudo observam-se dois níveis piezométricos distintos, formados devido à bombagem contínua de água do aquífero inferior. O nível mais superficial coincide com o topo da camada *TG*, enquanto o mais profundo encontrava-se, à data da execução do projeto, próximo do topo da camada *TS* (Yeow et al., 2014). Estas condições hidráulicas, juntamente com uma documentada redução em profundidade da permeabilidade dos solos *LC* e *LGC*, resultam no perfil distintamente não-linear reproduzido na Figura 2(a). Nas análises conduzidas neste trabalho, a permeabilidade destes dois solos é simulada no software PLAXIS usando o modelo de fluxo definido pelo utilizador (*User-defined flow model*, UDFM) IC MAGE FM01 (Taborda et al., 2023), calibrado para reproduzir a variação proposta por Avgerinos et al. (2016), por sua vez baseada na caracterização descrita em Hight et al. (2007):

$$\log_{10} k_v = 0,0215 \cdot (y - y_{LC}) - 9,427 \quad (1)$$

onde k_v é a permeabilidade do solo na direção vertical em m/s e y_{LC} é a cota do topo da camada *LC* (neste caso, 17,2 m).

A permeabilidade horizontal é admitida como sendo o dobro do valor definido pela Equação 1. Os restantes materiais (*MG*, *TG* e *TS*) são admitidos como tendo comportamento drenado. Em termos de lei constitutiva, o material *MG* é simulado como sendo linear elástico-perfeitamente plástico, com a sua resistência definida pelo critério de rotura de Mohr-Coulomb e plasticidade não-associada ($E = 10 \text{ MPa}$, $\nu = 0,2$, $\phi' = 30^\circ$, $\psi = 0^\circ$). O comportamento dos restantes solos (*TG*, *LC*, *LGC* e *TS*) é simulado usando o modelo constitutivo definido pelo utilizador (*User-defined soil model*, UDSM) IC MAGE M01 (Taborda et al., 2024a), que combina o modelo hipoeástico proposto por Taborda et al. (2016) com o critério de rotura de Mohr-Coulomb. As equações constitutivas são integradas recorrendo ao esquema de Euler modificado com sub-incrementação automática e controlo de erro proposto por Sloan (1987) e Sloan et al. (2001), conforme descrito em Taborda et al. (2024b). De acordo com este modelo, o módulo de distorção, G_{tan} , varia com a tensão média efetiva, p' , e o segundo invariante do tensor das extensões, E_d , de acordo com a equação:

$$G_{tan} = G_{ref} \cdot \left(\frac{p'}{p'_{ref}} \right)^{m_G} \cdot \left(RG_{min} + \frac{1 - RG_{min}}{1 + \left(\frac{E_d}{a} \right)^b} \right) \quad (2)$$

onde G_{ref} é o módulo de distorção máximo para uma tensão média efetiva de referência, p'_{ref} , m_G é um parâmetro que define a não-linearidade do aumento da rigidez com a tensão média efetiva, e a , b e RG_{min} são parâmetros que caracterizam a redução da rigidez com o nível de deformação, E_d . Esta, por sua vez, é calculada através de:

$$E_d = \left(\frac{4}{6} \cdot [(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2] + \gamma_{xy}^2 + \gamma_{xz}^2 + \gamma_{yz}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Uma expressão semelhante à equação 2 é utilizada para o módulo de compressibilidade volumétrica, K_{tan} , que varia de forma não-linear com a extensão volumétrica, ϵ_{vol} , de acordo com a equação:

$$K_{tan} = K_{ref} \cdot \left(\frac{p'}{p'_{ref}} \right)^{m_K} \cdot \left(RK_{min} + \frac{1 - RK_{min}}{1 + \left(\frac{|\epsilon_{vol}|}{r} \right)^s} \right) \quad (4)$$

onde os parâmetros K_{ref} , m_K , r , s e RK_{min} têm significado equivalente ao dos parâmetros introduzidos na equação 2, e ε_{vol} é obtida por:

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (5)$$

Os valores adotados para os diversos parâmetros do modelo são retirados de Gawecka et al. (2017) e estão reproduzidos no Apêndice A.

A parede moldada é simulada por elementos de viga elásticos, $E = 30 \text{ GPa}$ e $\nu = 0,2$, e a sua interação com o solo é assegurada por elementos de junta cuja resistência é definida pelo critério de rotura de Mohr-Coulomb, com parâmetros ϕ'_{int} e c_{int} , obtidos considerando um fator de redução $R_{int} = \tan \phi'_{int} / \tan \phi'_{solo} = c_{int} / c_{solo} = 2/3$, com $\psi_{int} = 0^\circ$. A rigidez destes elementos na direção tangencial, k_s , é definida pela seguinte lei não-linear (Bentley Systems, 2025):

$$k_s = \frac{G_{int,ref}}{t_{int}} \cdot \left(\frac{\sigma'_n}{\sigma'_{n,ref}} \right)^{m_{int}} = \frac{R_{int}^2 \cdot G_{solo,ref}}{t_{int}} \cdot \left(\frac{\sigma'_n}{\sigma'_{n,ref}} \right)^{m_{int}} \quad (6)$$

onde t_{int} é uma espessura virtual, m_{int} é um parâmetro que define a não-linearidade da relação entre k_s e a tensão efetiva normal ao elemento de junta, σ'_n (neste caso, coincidente com a direção horizontal), e $G_{solo,ref}$ é o módulo de distorção máximo do solo (equação 2 com $E_d = 0$) à profundidade para a qual $\sigma'_n = \sigma'_{n,ref}$.

Subsequentemente, a rigidez normal dos elementos de junta é obtida por:

$$k_n = k_s \cdot \left(2 \cdot \frac{1 - \nu_{int}}{1 - 2\nu_{int}} \right) \quad (7)$$

onde $\nu_{int} = 0,45$ (Bentley Systems, 2025).

As escoras adotadas, de acordo com Kwang e Chen (2025), consistem em secções circulares ocas de aço ($E = 200 \text{ GPa}$) colocadas sem pré-esforço e espaçadas 4 m na direção perpendicular ao plano de análise, com diâmetros externos e espessuras variáveis. Para os quatro níveis de escoramento instalados, os valores de rigidez axial teóricos, considerados como valores de referência para as análises apresentadas neste artigo, são $(EA)_1 = 10,1 \text{ GN}$, $(EA)_2 = 18,6 \text{ GN}$, $(EA)_3 = 19,1 \text{ GN}$ e $(EA)_4 = 33,4 \text{ GN}$. No entanto, deve ser salientado que Kwang e Chen (2025), depois de analisarem as forças registadas nas escoras devido a variações de temperatura, sugerem valores de rigidez efetiva entre 3,2% e 72,5% do valor teórico.

O estado de tensão inicial é gerado com base nos valores do peso volúmico, γ , de 18 kN/m^3 para o material MG e de 20 kN/m^3 para os restantes materiais, da pressão de água nos poros ilustrada na Figura 2(a) e do perfil do coeficiente de impulso em repouso, K_0 , representado na Figura 2(b) (Gawecka et al., 2017; Sailer et al., 2019). Tirando partido da simetria do problema e assumindo estado plano de deformação, apenas a sua metade direita é modelada, estando a fronteira esquerda do modelo coincidente com o eixo de simetria. A fronteira direita está localizada a $87,5 \text{ m}$ da parede, assegurando que a sua presença não tem impacto nos resultados obtidos. Os deslocamentos ao longo das fronteiras verticais foram restringidos na direção horizontal, enquanto na fronteira inferior todos os deslocamentos foram impedidos. O domínio de análise foi discretizado em 5511 elementos triangulares de 15 nós (Bentley Systems, 2025), com elementos de dimensões mais reduzidas nas imediações da parede, onde se esperam maiores gradientes de tensão, e dimensões progressivamente maiores nas zonas mais próximas da fronteira direita do modelo.

A Figura 3 ilustra as fases mais importantes da sequência construtiva, indicando a evolução da cota da base de escavação, sendo omitidas a Fase 1 (ativação dos elementos de viga que simulam a parede moldada), e as Fases 3, 5, 7 e 9, correspondentes à colocação dos diversos níveis de escoras.

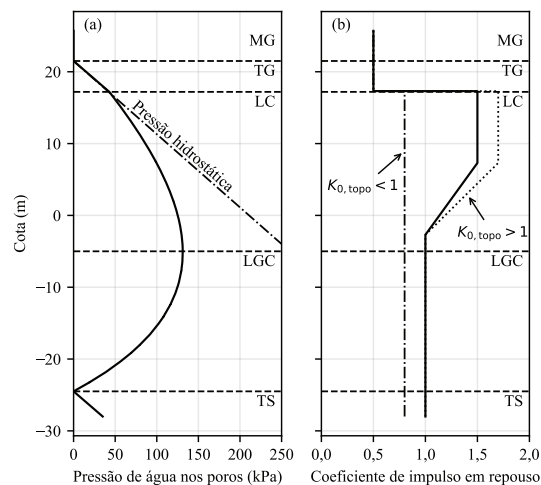


Fig. 2 – Condições iniciais da análise em termos de (a) pressão de água nos poros e (b) coeficiente de impulso em repouso, K_0 .

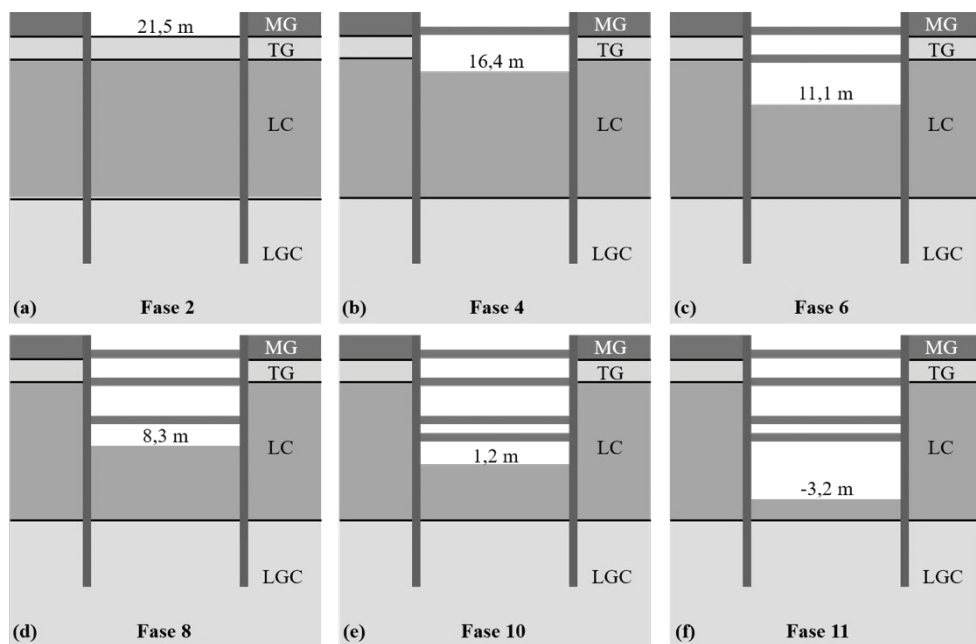


Fig. 3 – Ilustração das fases principais de escavação para a estação TCR.

4 – METAMODELOS

4.1 – Geração da base de dados

A primeira fase de geração do metamodelo para a escavação da estação TCR envolve a definição da amostragem do espaço de parâmetros. O número exato de amostras requerido é difícil de determinar e dependente de diversos fatores, como o número de dimensões do espaço (maior

dimensionalidade requer, em princípio, mais amostras) e a não-linearidade da função que se pretende aproximar com o metamodelo (gradientes mais elevados necessitam de maior densidade de amostras). Para a sua definição existem várias abordagens possíveis, com níveis diferentes de complexidade. No caso presente, recorre-se à amostragem por hipercubo latino (do inglês, *Latin Hypercube Sampling, LHS*) (McKay et al., 1979), segundo a qual cada dimensão do espaço é dividida em N intervalos – sendo N o número de amostras pretendido – aos quais é atribuída uma combinação. Este processo estratificado garante uma cobertura mais uniforme do espaço de parâmetros do que a amostragem aleatória simples (como por exemplo no Método de Monte Carlo) independentemente do número de amostras utilizado.

Uma abordagem mais robusta, resultante de desenvolvimentos recentes do *LHS*, consiste em aplicar o critério *MaxPro* (Joseph et al., 2020), que otimiza a distribuição dos pontos amostrais e permite a adição sequencial de amostras em lote sem descuidar a cobertura do espaço. Este processo possibilita iniciar a calibração do metamodelo com um número reduzido de amostras, que pode ser sequencialmente aumentado, caso a qualidade do metamodelo seja insuficiente, até se atingir o nível de desempenho desejado (Ruiz López et al., 2025). No entanto, tanto o método original *LHS* como o *MaxPro* regem-se apenas por critérios de cobertura do espaço, ignorando as características da função que está a ser aproximada, podendo por isso conduzir a esforço computacional adicional sem que tal resulte em melhorias substanciais da qualidade do metamodelo. Para evitar esta situação, Yang et al. (2026) propõem um método de amostragem adaptativa, denominado *CV-BASHES*, que usa inicialmente um número reduzido de amostras para calibrar o metamodelo. Subsequentemente, um metamodelo auxiliar é calibrado com base nos erros do metamodelo original. Através de um processo de otimização, são identificadas as regiões do espaço caracterizadas pelos erros mais elevados, procedendo-se à colocação de pontos amostrais adicionais nessas localizações. As novas observações são adicionadas às anteriores e um novo metamodelo é calibrado. O processo descrito acima é repetido até se atingir um nível desejado de desempenho do metamodelo, permitindo assim alcançar níveis elevados de eficiência com um esforço computacional reduzido. Este método tem ainda a vantagem de não requerer a definição *a priori* do número de amostras necessárias, uma vez que este é determinado automaticamente com base na função que se pretende aproximar.

No caso presente, o método *LHS* é utilizado para gerar 2000 amostras num espaço com as seguintes 18 dimensões (parâmetros): coeficiente de impulso em repouso, K_0 ; módulo de deformabilidade do material MG (E); os quatro parâmetros do modelo hipoeástico para o módulo de distorção das camadas TG , LC e LGC (G_{ref} , a , b e RG_{min}); e a rigidez axial dos quatro níveis de escora instalados nesta escavação (K_1 , K_2 , K_3 e K_4). Os parâmetros que definem o módulo de compressibilidade volumétrico não são alterados uma vez que a escavação decorre de forma não-drenada e, portanto, esta característica do solo não influencia os resultados obtidos. O espaço de variação dos parâmetros adotado está definido no Quadro 3 para cada um dos 18 parâmetros, sendo de notar que os valores de referência introduzidos anteriormente (Quadro A.1) se encontram contidos dentro dos limites definidos. Deve referir-se que quando o valor de $K_{0,topo}$ é inferior a 1,0, é adotado um perfil constante em profundidade para os materiais LC , LGC e TS , com $K_0 = K_{0,topo}$. No entanto, quando $K_{0,topo}$ é superior a 1,0, o K_0 no topo da camada LC assume esse valor até à cota de 7,3 m, sendo o declive da reta de transição ajustado por forma a que na base da camada LC e seguintes o K_0 permaneça inalterado ($= 1,0$), conforme ilustrado na Figura 2(b). Independentemente do valor de $K_{0,topo}$, não existe alteração no coeficiente de impulso nos materiais mais superficiais (MG e TG). Importa ainda salientar que o parâmetro a , que controla o nível de deformação para o qual a redução da rigidez é mais acentuada, foi amostrado numa escala logarítmica, garantindo assim que as diversas ordens de grandeza deste parâmetro se encontram uniformemente representadas. Por último, em vez de especificar diretamente a rigidez das escoras, o processo de amostragem gerou fatores multiplicativos independentes que, aplicados à rigidez de referência, permitem variar a magnitude desta quantidade em duas ordens de grandeza, podendo tanto aumentar como reduzir a rigidez original.

Quadro 3 – Limites mínimos e máximos das propriedades variadas no metamodelo.

Propriedade		Mínimo	Máximo
$K_{0,topo}$		0,75	1,75
MG	E	7,5 MPa	30 MPa
TG	G_{ref}	30 MPa	80 MPa
	a (†)	2×10^{-5}	2×10^{-2}
	b	0,5	2,0
	RG_{min}	0,01	0,30
LC	G_{ref}	40 MPa	90 MPa
	a (†)	2×10^{-5}	2×10^{-2}
	b	0,5	2,0
	RG_{min}	0,01	0,30
LGC	G_{ref}	40 MPa	90 MPa
	a (†)	2×10^{-5}	2×10^{-2}
	b	0,5	2,0
	RG_{min}	0,01	0,30
Escoras (†)	$(K/K_{ini})_{1,2,3,4}$	0,01	100,0

(†) distribuição uniforme numa escala logarítmica.

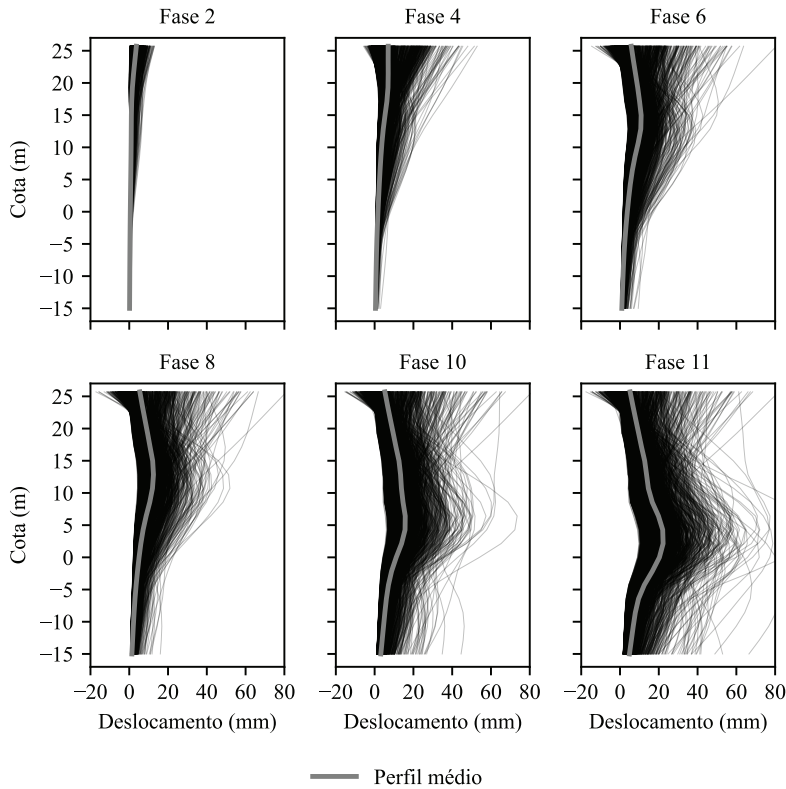


Fig. 4 – Resultados para as diversas fases de construção das 1943 análises por elementos finitos da escavação para a estação *TCR*.

Os 2000 modelos foram criados no PLAXIS 2024.3 de forma automática recorrendo à API para Python (Bentley Systems, 2025). Esta ferramenta permite igualmente efetuar a execução dos cálculos e o subsequente pós-processamento, com vista à criação de uma base de dados contendo, para cada combinação de parâmetros, os deslocamentos da parede calculados em 20 pontos uniformemente distribuídos em altura nas Fases 2, 4, 6, 8, 10 e 11 (ver Figura 3), para as quais dados de inclinómetros estão disponíveis na literatura (Chen, 2018; Kwang e Chen, 2025). Cada modelo de elementos finitos demora cerca de 20 a 30 minutos a ser calculado, resultando em aproximadamente 25 dias de computação que, distribuídos por 5 computadores, reduziram o tempo total de geração da base de dados para cerca de 5 dias. Após a conclusão deste processo, é necessário verificar se todos os cálculos foram concluídos com êxito, sendo os casos onde tal não foi atingido removidos da base de dados. No total foram identificadas 57 combinações de parâmetros que originaram cálculos problemáticos, ou seja, cerca de 3% da amostra total, uma proporção que se pode considerar aceitável dada a enorme flexibilidade considerada. Os resultados obtidos para as restantes 1943 análises encontram-se ilustrados na Figura 4, onde se pode observar não só o considerável aumento dos deslocamentos com a progressão da escavação, como também a grande diversidade de perfis de deformação previstos para a parede, refletindo a amplitude do espaço de parâmetros definido no Quadro 3.

4.2 – Criação e validação dos metamodelos

Devido às diferentes características da deformada da parede observadas em cada fase construtiva, foram criados seis metamodelos, um por cada fase. Os metamodelos são perceptrões multicamada do tipo *feedforward* (redes neuronais artificiais com camadas de neurónios totalmente ligadas entre si) implementados em PyTorch v2.5.1 (Ansel et al., 2024), recorrendo à classe FlexibleANN. Cada rede neuronal tem um vetor de *input* de dezanove dimensões composto pelos 18 parâmetros do modelo e um valor de cota, produzindo como *output* o deslocamento horizontal da parede a essa mesma cota. A normalização dos *inputs* e *outputs* é realizada recorrendo ao *StandardScaler*, que impõe uma média nula e uma variância unitária. A função de perda adotada combina uma medida de erro dos *outputs* – *mean squared error (MSE)*, expressa pela equação:

$$MSE = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (8)$$

onde as observações são designadas por y_i e as previsões por $\hat{y}_i$ – com um termo de regularização relacionado com a energia de flexão, ponderado por um coeficiente λ . Este termo penaliza a curvatura do perfil de deslocamento da parede, desincentivando assim comportamentos oscilatórios que seriam fisicamente implausíveis para um campo de deslocamentos num meio contínuo.

Os metamodelos foram treinados recorrendo ao otimizador Adam (Kingma e Ba, 2015), com regularização L2 e paragem antecipada para garantir uma melhor generalização. Uma grelha de hiperparâmetros, definida no Quadro 4, foi utilizada para gerar aleatoriamente e sem reposição 50 combinações candidatas (de 6804 possíveis), incluindo redes com maior profundidade (isto é, com maior número de camadas ocultas) e arquiteturas de maior largura (isto é, com maior número de neurónios por camada). Dado o elevado esforço computacional requerido, o treino dos metamodelos foi realizado recorrendo a uma unidade de processamento gráfico (*GPU*) NVIDIA com aceleração CUDA. Cada combinação foi avaliada recorrendo à validação cruzada (*cross-validation, CV*) com cinco partições, usando uma abordagem estratificada ao nível da amostra, evitando assim que os perfis de deslocamento de uma dada combinação de parâmetros apareçam simultaneamente nas partições de treino e de validação. Para garantir uma avaliação imparcial do desempenho do metamodelo, 20% das amostras foram reservadas desde o início do processo, sendo utilizadas exclusivamente para teste. Após o processo de pesquisa, em que cada combinação foi treinada

durante 50 épocas (isto é, passagens completas pelo conjunto de dados de treino para atualização dos pesos da rede neuronal), a combinação com menor valor de MSE foi retreinada durante um máximo de 1000 épocas, sendo que a paragem antecipada resultou frequentemente na utilização de um número consideravelmente menor de épocas. Este procedimento resultou em metamodelos com desempenho satisfatório para a maioria das fases construtivas, à exceção do metamodelo para a Fase 11 que, devido à maior não-linearidade dos perfis de deslocamento característicos desta fase, exibiu uma tendência para sobreajuste (*overfitting*) e, consequentemente, uma capacidade de generalização reduzida. Para este caso, a grelha de hiperparâmetros foi alargada para incluir arquiteturas mais profundas e mais largas, tendo sido adotada uma rede com a configuração $[1024 \times 4]$.

Quadro 4 – Grelha de hiperparâmetros utilizada para gerar combinações candidatas.

Hiperparâmetro	Valores considerados
Configurações de camadas ocultas	$[512 \times 6]$
	$[256 \times 6]$
	$[1024, 512, 256, 128, 64, 32]$
	$[1024, 512, 256, 128]$
	$[512, 256, 128, 64]$
	$[2048, 1024, 512]$
	$[4096, 2048, 1024]$
Função de ativação	GeLU, Mish, ELU, Leaky ReLU
Taxa de aprendizagem inicial	10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2}
Tamanho do lote	32, 64, 128
Taxa de abandono aleatório	0,10, 0,25, 0,50
Peso de energia de flexão (λ^{BM})	0, 10^{-4} , 10^{-3}
Redução de peso L2	10^{-6} , 10^{-5} , 10^{-4}

A configuração final de cada metamodelo encontra-se descrita no Apêndice B, juntamente com os valores do coeficiente de determinação, R^2 (equação 9), obtidos para as amostras utilizadas no treino e para as reservadas para teste. Em geral, a arquitetura $[4096, 2048, 1024]$ com a função de ativação Mish conduziu ao melhor desempenho, com valores para as amostras de teste superiores a 0,98, à exceção do já referido metamodelo para a Fase 11, que exibiu ainda assim um valor de 0,9775. A diferença entre os valores de R^2 obtidos para as amostras de treino e de teste é, para todos os metamodelos, inferior a 0,02, indicando uma boa capacidade de generalização e uma reduzida suscetibilidade ao sobreajuste.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (9)$$

A primeira verificação do desempenho dos metamodelos consiste na representação de todos os pontos das amostras de teste em gráficos de correlação, que ilustram, para cada ponto, o deslocamento calculado nos modelos de elementos finitos e o deslocamento previsto pelo metamodelo. Cada amostra, como descrito na secção 4.1, é definida por 20 pontos distribuídos uniformemente em altura. Nestes gráficos, apresentados na Figura 5, uma concentração em torno da linha 1:1 é característica de valores de R^2 próximos da unidade e indica um bom desempenho do metamodelo. Note-se que, caso fossem utilizadas as amostras de treino, este padrão seria ainda mais pronunciado, uma vez que o metamodelo, como seria de esperar, consegue prever com maior precisão os pontos com os quais foi treinado. Analisando estes gráficos, é visível uma maior dispersão em torno da linha 1:1 nas Fases 10 e 11, onde, como ilustrado na Figura 4, a não-linearidade dos perfis de deslocamento da parede é mais significativa.

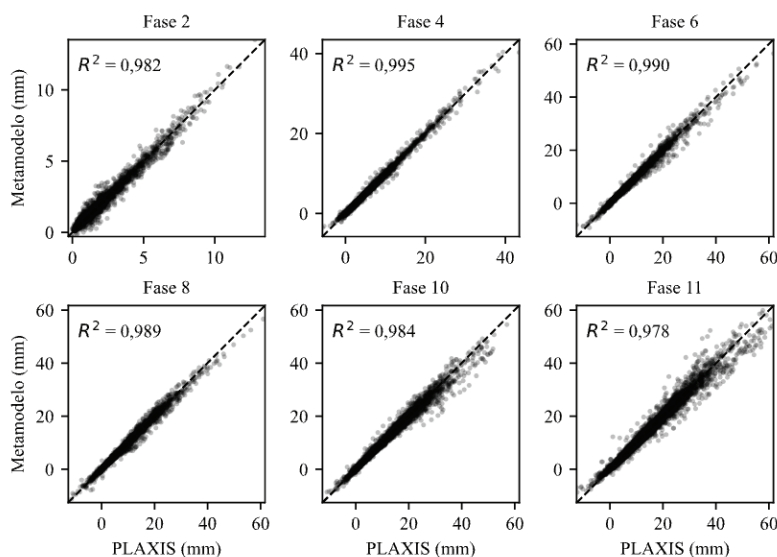


Fig. 5 – Gráfico de correlação para os metamodelos treinados para as diversas fases utilizando apenas as amostras de teste.

Numa segunda fase de avaliação dos metamodelos, o valor de R^2 para cada amostra de teste é determinado e a sua distribuição analisada. Uma vez que tanto os gráficos de correlação como os valores de R^2 indicam que os metamodelos têm, em geral, bom desempenho, a avaliação é focada nas amostras menos bem aproximadas. Com esse intuito, são selecionadas para cada fase as amostras correspondentes aos percentis 5%, 25% e 50% (isto é, ao erro mediano). A ideia subjacente é que, se os erros associados a estas amostras forem toleráveis, é possível estabelecer rapidamente a proporção de amostras para as quais o metamodelo tem bom desempenho. Por exemplo, se a amostra correspondente ao percentil 5% for bem reproduzida, conclui-se que o metamodelo tem boa capacidade de generalização, uma vez que para 95% das amostras os erros serão ainda mais reduzidos. Por razões de brevidade, apenas os resultados para as Fases 2 (deslocamentos mais reduzidos) e 11 (deslocamentos mais elevados) são apresentados (Figuras 6 e 7, respetivamente). Em geral, os erros são visivelmente pequenos, particularmente para os percentis 25% e 50%, confirmando que, mesmo para amostras às quais o processo de treino não teve acesso, os metamodelos apresentam um desempenho bastante satisfatório. Embora existam algumas discrepâncias visíveis nos resultados da Fase 2, a análise da raiz do erro quadrático médio, $RMSE$ (equação 10), indica que, mesmo para o percentil 5%, o $RMSE$ é de apenas 0,3 mm, um valor que se pode considerar negligenciável. A título comparativo, para a Fase 11, o $RMSE$ da amostra correspondente ao percentil 5% é de 3,7 mm, reduzindo-se para valores inferiores a 1 mm para o perfil mediano. A combinação de várias métricas de erro (neste caso, R^2 e $RMSE$) com a análise de amostras correspondentes a percentis específicos contribui para consolidar a confiança num modelo que, pela sua natureza, é difícil de escrutinar de forma exaustiva. Os resultados apresentados confirmam que os metamodelos desenvolvidos têm um desempenho adequado e podem ser utilizados para prever e compreender o comportamento da escavação da estação TCR.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (10)$$

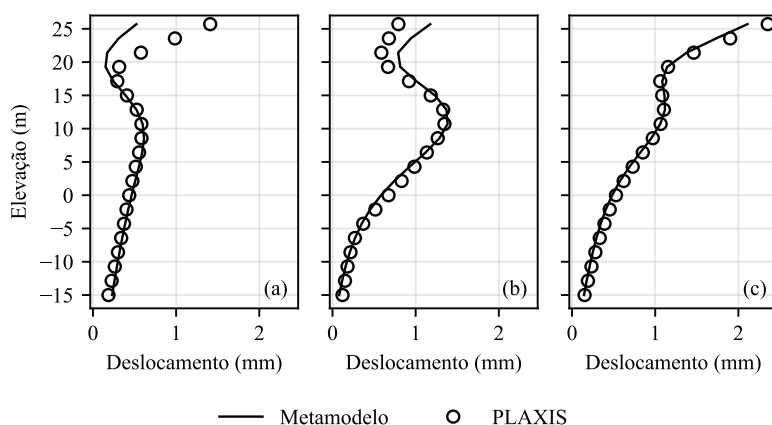


Fig. 6 – Perfis de deslocamento da parede moldada na Fase 2 correspondentes às amostras de teste situadas nos percentis (a) 5%, (b) 25% e (c) 50% da distribuição de R^2 .

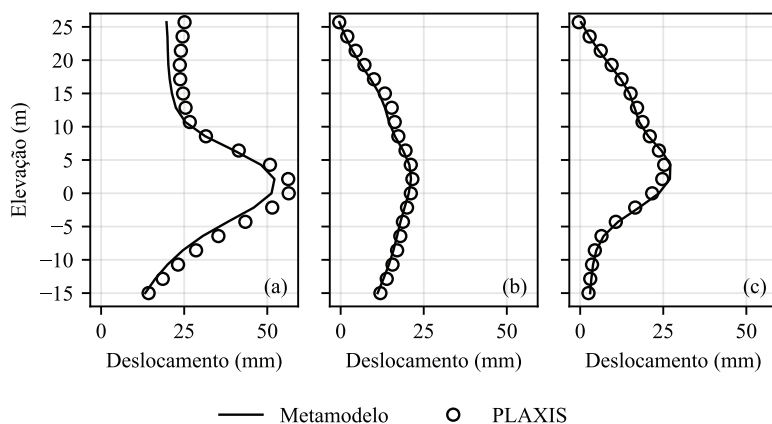


Fig. 7 – Perfis de deslocamento da parede moldada na Fase 11 correspondentes às amostras de teste situadas nos percentis (a) 5%, (b) 25% e (c) 50% da distribuição de R^2 .

4.3 – Estudo de sensibilidade

A conclusão do treino e validação dos metamodelos abre um vasto leque de possibilidades de análise, uma vez que o tempo de execução de cada avaliação é inferior a um segundo, em contraste com os 20 a 30 minutos necessários para realizar cada análise de elementos finitos. Uma utilização possível para estes metamodelos consiste na realização de estudos paramétricos, tirando partido dos 18 parâmetros que podem ser variados para produzir diagramas que ilustram o efeito dessas variações no deslocamento da parede. Outra possibilidade passa pela realização de estudos que incorporem a incerteza de um ou mais parâmetros, bastando para tal introduzir nos metamodelos as distribuições estatísticas de cada parâmetro, para se conseguir rapidamente avaliar o desempenho da estrutura, o que é de particular interesse no contexto do dimensionamento baseado no desempenho (performance-based design). Naturalmente, este tipo de análises está sujeito a limitações importantes: não só a geometria e o faseamento construtivo têm de ser considerados como

constantes, como também não é possível avaliar a influência nas grandezas que não foram selecionadas como outputs do modelo, como por exemplo a força mobilizada nas escoras, o momento fletor na parede ou os assentamentos à superfície. Assim, uma estratégia apropriada para não necessitar de efetuar uma nova campanha de análises de elementos finitos poderá passar pelo armazenamento, aquando da execução dos modelos, não de todas as grandezas possíveis — o que requereria dispositivos de armazenamento de capacidade substancial — mas das grandezas tipicamente de interesse em engenharia geotécnica, como as referidas acima, mesmo que não sejam todas utilizadas inicialmente para o treino de metamodelos.

Para ilustrar o potencial dos metamodelos na interpretação do comportamento da escavação simulada, apresenta-se um estudo de sensibilidade global recorrendo aos índices de Sobol. Este método baseia-se na decomposição da variância dos outputs de um modelo em contribuições atribuíveis a cada variável de input, individualmente e em conjunto com outras variáveis, permitindo a definição de dois índices fundamentais: o índice de primeira ordem S_i , que quantifica a contribuição de cada parâmetro i para a variância total do output quando considerado isoladamente (Sobol', 2001), e o índice de ordem total ST_i , que inclui adicionalmente todas as interações desse parâmetro com os restantes (Homma e Saltelli, 1996). Um valor elevado de ST_i indica que o parâmetro tem uma contribuição importante para a variância do output, tanto diretamente como através de interações com outros parâmetros, sendo a diferença $ST_i - S_i$ uma medida da importância relativa dessas interações.

No caso presente, os índices de Sobol foram calculados recorrendo à biblioteca SALib (Saltelli et al., 2010) em Python, pelo método de Saltelli, que envolve a avaliação do metamodelo num conjunto de amostras geradas segundo um esquema específico. Dadas as dimensões e a complexidade da estrutura de contenção, cada parâmetro afeta de forma diferente o deslocamento da parede em função da profundidade e da fase construtiva. Por exemplo, é de esperar que a rigidez dos depósitos superficiais (MG e TG) influencie predominantemente os deslocamentos da parede nas zonas próximas da superfície desde o início da escavação; por sua vez, os depósitos mais profundos devem controlar os deslocamentos na zona do encastramento da parede nas fases de escavação posteriores. O perfil da parede monitorizado abrangeu o intervalo de cotas entre -15 m e $+25,7\text{ m}$, o qual foi discretizado em 41 intervalos de 1 m . Para cada fase, variou-se simultaneamente os 18 parâmetros do solo e procedeu-se à análise da variação dos índices de Sobol em profundidade, efetuando-se a avaliação no ponto médio de cada intervalo. Para cada ponto de monitorização, foram geradas $N \times (n + 2)$ avaliações do metamodelo, onde $N = 256$ é o tamanho de base da amostragem de Saltelli, e $n = 18$ é o número de parâmetros do solo, resultando em 5120 avaliações por intervalo e num total de 209920 avaliações por fase. Este esforço computacional, completamente inviável com recurso direto ao modelo de elementos finitos, é executado em segundos recorrendo ao metamodelo, ilustrando de forma particularmente expressiva uma das vantagens práticas da abordagem proposta.

Dado o elevado número de resultados disponíveis (18 parâmetros, 6 fases), uma análise exaustiva extravasa o âmbito deste artigo. Consequentemente, a discussão centra-se em dois grupos de parâmetros: a rigidez dos materiais mais afetados pela escavação (TG, LC e LGC) e a rigidez das escoras. Relativamente ao primeiro grupo, uma análise global revela que, de entre os quatro parâmetros do modelo hipoeástico para o módulo de distorção (G_{ref} , a , b e RG_{min}), o módulo de distorção de referência (G_{ref}), que controla a rigidez máxima para um dado nível de tensão, e o nível de deformação para o qual a redução da rigidez é mais acentuada (a) são os mais relevantes. Os perfis em profundidade do índice de Sobol de ordem total (ST) para as Fases 2 (escavação até $+21,5\text{ m}$, com uma escora instalada), 6 (escavação até $+11,1\text{ m}$, com duas escoras instaladas) e 11 (escavação até ao nível final de $-3,2\text{ m}$, com quatro escoras instaladas) estão representados para os parâmetros de rigidez do solo e das escoras nas Figuras 8 e 9, respetivamente. As linhas horizontais, a tracejado, indicam os limites das camadas geotécnicas na Figura 8 e a localização das escoras na Figura 9.

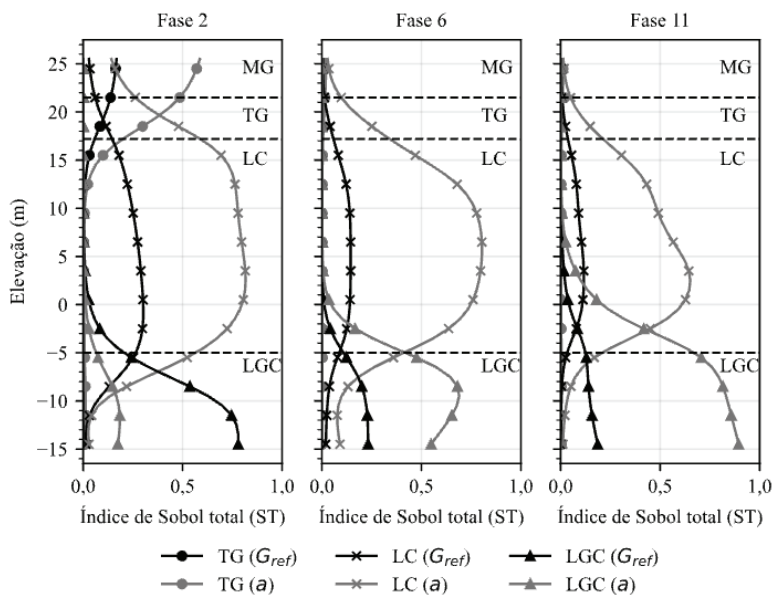


Fig. 8 – Perfis de índices de Sobol totais para parâmetros de rigidez dos materiais TG, LC e LGC para as Fases 2, 6 e 11.

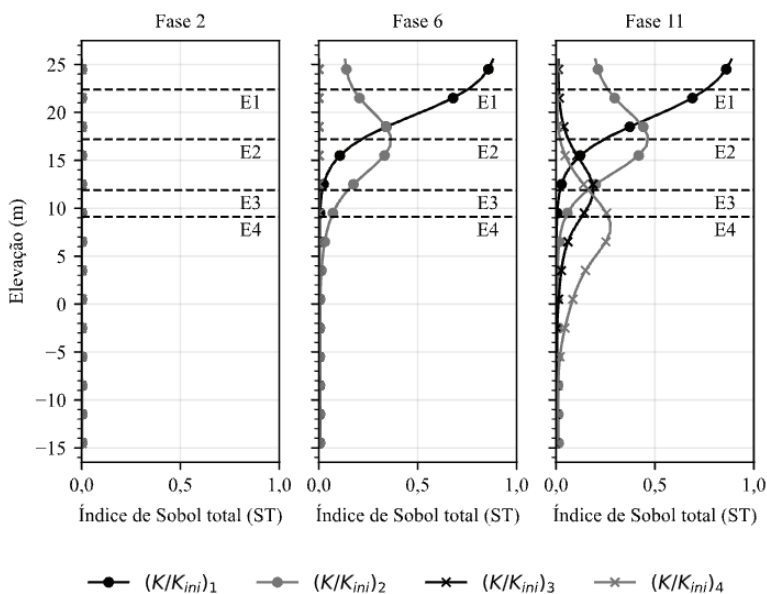


Fig. 9 – Perfis de índices de Sobol totais para parâmetros de rigidez normalizada das escoras para as Fases 2, 6 e 11.

Na Figura 8, a análise em termos de índices de Sobol totais revela, como esperado, que a rigidez dos diversos materiais influencia predominantemente os deslocamentos da parede às profundidades onde esses materiais ocorrem. Isto é particularmente visível para os materiais LC e LGC, com a

inversão observada entre os índices correspondentes aos parâmetros de rigidez destas duas camadas a ocorrer exatamente na fronteira entre elas, assinalada por uma linha a tracejado. No entanto, contrariamente ao que seria porventura esperado, os resultados obtidos sugerem que o parâmetro α tem uma importância maior no cálculo dos deslocamentos da parede do que o módulo de distorção de referência G_{ref} . Uma exceção a esta observação ocorre para a camada mais profunda (LGC) durante a Fase 2. Isto sugere que, à medida que o nível de deformação aumenta, a forma como a rigidez varia com a deformação, controlada pelo parâmetro α , tem maior influência do que o nível de rigidez inicial, controlado por G_{ref} . Na Fase 2, o material LGC encontra-se a uma grande distância do nível de escavação e está, portanto, sujeito a níveis de deformação muito reduzidos, pelo que o valor de G_{ref} domina. No entanto, com o progredir da escavação e a consequente aproximação do nível de escavação a esta camada, os índices de Sobol totais para os parâmetros de rigidez da LGC invertem-se, passando o parâmetro α a ser substancialmente mais importante. De forma análoga, o parâmetro α do material LC é mais importante do que G_{ref} desde o início da escavação, com os respetivos índices de Sobol totais a divergir progressivamente com o avanço da escavação. Por último, para o material TG, verifica-se uma influência nos deslocamentos do trecho superior da parede durante a Fase 2 que, nas fases subsequentes, diminui substancialmente, tornando-se negligenciável a partir da Fase 6. Esta observação sugere que, num processo de retroanálise como o descrito na secção seguinte, alguns dos 18 parâmetros poderão ser fixados nos seus valores de referência, reduzindo assim a dimensionalidade do problema inverso sem comprometer significativamente a qualidade do ajuste.

Relativamente à influência dos valores de rigidez normalizada das escoras, ilustrada na Figura 9, os resultados confirmam padrões expectáveis: na Fase 2, todos os índices de Sobol totais são nulos uma vez que nenhuma escora se encontra instalada. Com o progredir da escavação, a importância das Escoras 1 e 2 torna-se visível durante a Fase 6 e, com a conclusão da escavação (Fase 11), tal verifica-se para todas as escoras. É interessante salientar que esta análise reflete o comportamento esperado, com o pico do índice de Sobol total para cada escora a ocorrer aproximadamente à cota onde essa escora está localizada, com uma ligeira exceção para a Escora 1, cujo pico de influência se situa próximo da superfície do depósito. É também de notar que a influência das Escoras 3 e 4 na Fase 11 é ligeiramente inferior à das Escoras 1 e 2 nas respetivas zonas. Isto sugere que, numa estrutura de contenção multi-escorada com boas condições de estabilidade no fundo da escavação, como o caso presente, os níveis mais profundos podem ver a sua influência reduzida.

5 – RETROANÁLISE DO COMPORTAMENTO

5.1 – Calibração dos parâmetros com o metamodelo

Com a diminuição do tempo de computação obtida através da substituição de modelos de elementos finitos por metamodelos, torna-se possível executar a retroanálise de obras geotécnicas de elevada complexidade em tempo (quase) real. Este procedimento tem como vantagem fundamental permitir a implementação do método observacional (Peck, 1969; Yeow et al., 2014; Chen et al., 2018; Ferrero et al., 2023), segundo o qual, com base em observações obtidas durante as fases iniciais de uma obra, é possível prever o desempenho da estrutura geotécnica nas fases seguintes e, em função do mesmo, empreender os ajustes ao projeto que se entendam convenientes, sob o ponto de vista da segurança e da economia da obra. No caso da escavação para a estação TCR, a aplicação desta abordagem resultou, como referido anteriormente, na dispensa do quinto nível de escoras que havia sido previsto no projeto inicial, uma vez que, a partir dos deslocamentos medidos na parede durante as primeiras fases de escavação, foi possível recalibrar os parâmetros constitutivos dos diversos materiais e efetuar novas previsões que comprovaram o bom desempenho da escavação.

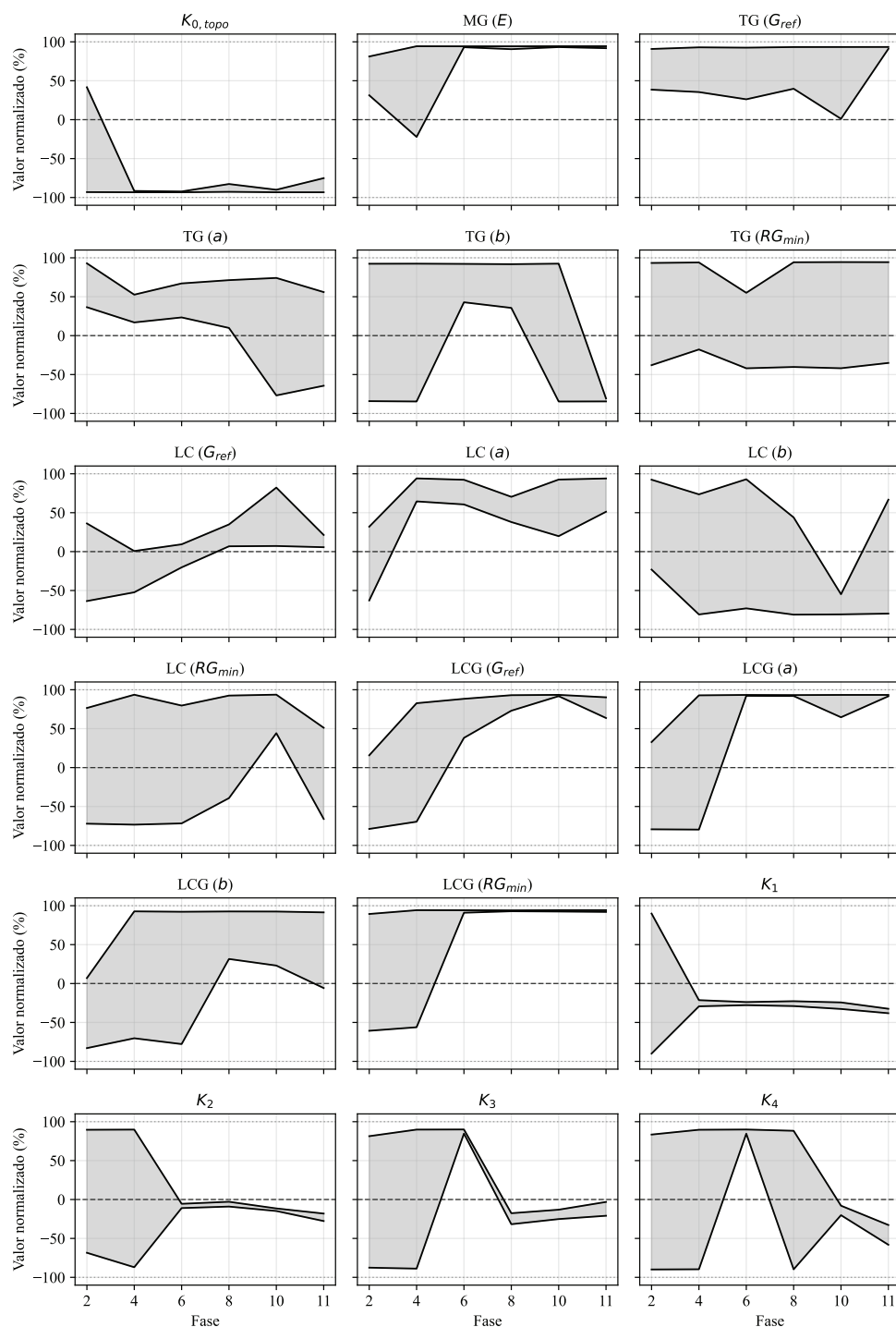


Fig. 10 – Evolução com o número de fases do intervalo de valores normalizados obtidos pela calibração para cada um dos parâmetros do espaço de pesquisa.

No caso presente, a retroanálise foi realizada acoplando os metamodelos desenvolvidos para TCR com um algoritmo genético, através de um método de otimização global que não requer a diferenciação da função objetivo e que se encontra implementado na biblioteca IC MAGE GenAlgo (Ruiz López, 2024). Este algoritmo procura o conjunto de 18 parâmetros que minimiza o *RMSE* combinado entre os perfis de deslocamento previstos pelo metamodelo e os perfis medidos pelos inclinómetros. O espaço de pesquisa corresponde aproximadamente ao domínio de amostragem definido no Quadro 3, tendo este sido reduzido em 10% em todos os parâmetros por forma a restringir a pesquisa ao núcleo central do espaço de treino, onde os metamodelos apresentam melhor desempenho.

Para simular o processo de retroanálise foi adotada uma abordagem progressiva: a calibração é iniciada considerando apenas a Fase 2 como alvo e, subsequentemente, fases adicionais são incorporadas de forma incremental até à inclusão de todas as seis fases. Para cada subconjunto de fases ativas, o algoritmo genético foi executado 10 vezes com inicializações aleatórias independentes, de modo a avaliar a variabilidade dos resultados e a identificar o melhor candidato global. Esta abordagem progressiva espelha adequadamente o método observacional, segundo o qual os parâmetros são sucessivamente refinados à medida que os dados de monitorização se acumulam com o avanço da construção. Importa salientar que o conjunto de parâmetros otimizado é único e partilhado por todas as fases ativas, dado que o modelo constitutivo adotado é suficientemente geral para acomodar os efeitos da evolução gradual do estado de tensão e deformação ao longo da escavação. Em modelos constitutivos mais simples, este pressuposto pode não ser válido, e diferentes conjuntos de parâmetros poderão ser necessários para diferentes fases da obra. A título de exemplo, quando é adotado um comportamento linear elástico-perfeitamente plástico, o valor inferido para a rigidez do solo tende a diminuir à medida que a escavação avança, uma vez que o modelo não consegue reproduzir simultaneamente a resposta observada em fases com diferentes níveis de deformação (Chen, 2018).

Os resultados do processo acima descrito estão ilustrados na Figura 10, em termos do intervalo de valores obtido para cada parâmetro em cada subconjunto de fases calibradas, considerando as 10 execuções independentes do algoritmo genético. Num problema bem definido, este intervalo deveria colapsar num valor único, indicando que a função objetivo apresenta um mínimo global claramente definido. Em contrapartida, quando múltiplas combinações de parâmetros produzem valores semelhantes da função objetivo — por exemplo, quando um parâmetro tem pouca influência na resposta prevista — o intervalo de valores obtidos tende a aproximar-se da amplitude total do espaço de pesquisa, revelando uma identificabilidade reduzida para esse parâmetro.

Para facilitar a comparação entre parâmetros com grandezas e unidades distintas, os diagramas da Figura 10 apresentam valores normalizados em vez dos valores absolutos de cada parâmetro. De acordo com a normalização adotada (equação 11), o limite superior do espaço de pesquisa corresponde a +100%, o valor de referência — isto é, o valor que teria sido adotado aquando do projeto — corresponde a 0%, e o limite inferior do espaço de pesquisa corresponde a -100%.

$$Valor\ normalizado = \begin{cases} \frac{x - x_{ref}}{x_{max} - x_{ref}}, & x \geq x_{ref} \\ \frac{x_{ref} - x}{x_{ref} - x_{min}}, & x < x_{ref} \end{cases} \quad (11)$$

Os resultados deste processo de calibração revelam conclusões interessantes, tanto em termos da amplitude dos intervalos como dos valores específicos obtidos. A evolução dos valores do coeficiente de impulso em repouso no topo da camada LC, $K_{0,max}$, é caracterizada por um intervalo de amplitude reduzida — indicando uma incerteza limitada em relação ao valor necessário para reproduzir os dados de campo — contendo apenas valores negativos, o que sugere que o valor comumente adotado de 1,5 parece ser excessivo. É importante, no entanto, interpretar esta

conclusão com cautela, uma vez que esta observação pode ser consequência de uma limitação do modelo numérico utilizado: a não simulação explícita da escavação da parede moldada (Pedro et al., 2025) que, por natureza, reduziria o impulso lateral do solo. De forma análoga, a rigidez da camada mais superficial (MG) apresenta, em todos os subconjuntos de calibração, valores próximos de +100%, sugerindo que o valor nominal de 10 MPa adotado no projeto é excessivamente conservativo e que este material poderá beneficiar de uma caracterização mais detalhada em projetos futuros. Uma explicação alternativa para este resultado prende-se com o facto de os edifícios existentes na proximidade da escavação introduzirem na zona mais superficial uma rigidez adicional que o modelo de elementos finitos não considera explicitamente e que o processo de otimização tenta compensar através do aumento da rigidez desta camada.

A calibração dos parâmetros de rigidez dos restantes materiais (TG , LC e LGC) confirma algumas das conclusões estabelecidas na secção anterior durante o estudo de sensibilidade global. Em geral, os intervalos obtidos para os parâmetros G_{ref} e a são mais reduzidos do que os obtidos para b e RG_{min} , refletindo a maior importância daqueles parâmetros no controlo dos deslocamentos da parede. Os valores normalizados para G_{ref} e a destes três materiais são todos positivos, indicando que são necessárias uma rigidez inicial mais elevada e uma redução de rigidez que ocorre a níveis de deformação mais elevados para reproduzir os deslocamentos medidos. Note-se também que a amplitude dos intervalos obtidos para os parâmetros do material LGC tende a diminuir com o número de fases calibradas, uma vez que a contribuição desta camada para a resposta da parede aumenta com o avançar da escavação. Este último aspeto é também observado para a rigidez das escoras, cujos intervalos são praticamente coincidentes com o espaço de pesquisa até ao momento da sua instalação, após o qual apresentam amplitudes reduzidas e valores predominantemente negativos, indicando que os valores de rigidez nominal inicialmente adotados são excessivamente elevados, confirmando as conclusões de Kwang e Chen (2025).

5.2 – Previsão dos deslocamentos da parede com base no metamodelo

As Figuras 11 e 12 apresentam os perfis de deslocamento previstos para todas as fases, obtidos pelas 10 melhores combinações de parâmetros resultantes da calibração realizada com os dados de monitorização disponíveis até às Fases 2 e 6, respetivamente. Os resultados do Cálculo de Referência, realizado por elementos finitos com os valores de referência dos 18 parâmetros, são também incluídos para facilitar a comparação. Note-se que, uma vez que os inclinómetros foram instalados apenas até à base da parede, todos os perfis modelados têm este nível como referência para permitir a comparação direta com os dados de monitorização.

No final da Fase 2, que corresponde a uma parede autoportante, a informação disponível é claramente insuficiente para determinar de forma objetiva os valores dos 18 parâmetros do metamodelo. Consequentemente, os intervalos de deslocamento previstos para as fases subsequentes são extremamente amplos. Em geral, estes intervalos incluem os dados reais e os resultados do cálculo de referência, mas não permitem fundamentar qualquer modificação ao projeto, uma vez que os deslocamentos previstos tanto podem ser inferiores como superiores aos medidos em obra. Esta limitação é uma consequência direta do facto de a retroanálise ignorar completamente os parâmetros de referência que, à partida, já refletem conhecimento geotécnico acumulado — proveniente de projetos anteriores e de ensaios laboratoriais e *in situ* — que é inteiramente descartado durante este processo. Uma alternativa mais apropriada seria a adoção de uma abordagem Bayesiana, na qual o conhecimento geotécnico prévio é formalizado como distribuição *a priori* e atualizado com as observações disponíveis até ao final de cada fase construtiva (ver, por exemplo, Ledesma et al., (1996)).

No final da Fase 6 (Figura 12), a maior quantidade de dados de monitorização disponível conduz a uma redução substancial dos intervalos previstos para todas as fases subsequentes (8, 10 e 11), refletindo uma maior objetividade no processo de calibração. Comparando com o cálculo de

referência, é claramente visível uma maior aproximação das previsões obtidas com os novos parâmetros ao comportamento medido em campo. Em particular, os novos parâmetros resultam numa redução significativa dos deslocamentos nas cotas compreendidas entre -5 m e +5 m, o que justifica a decisão tomada em obra de remover o último nível de escoras, que havia sido previsto instalar à cota de +1,9 m (Yeow et al., 2014).

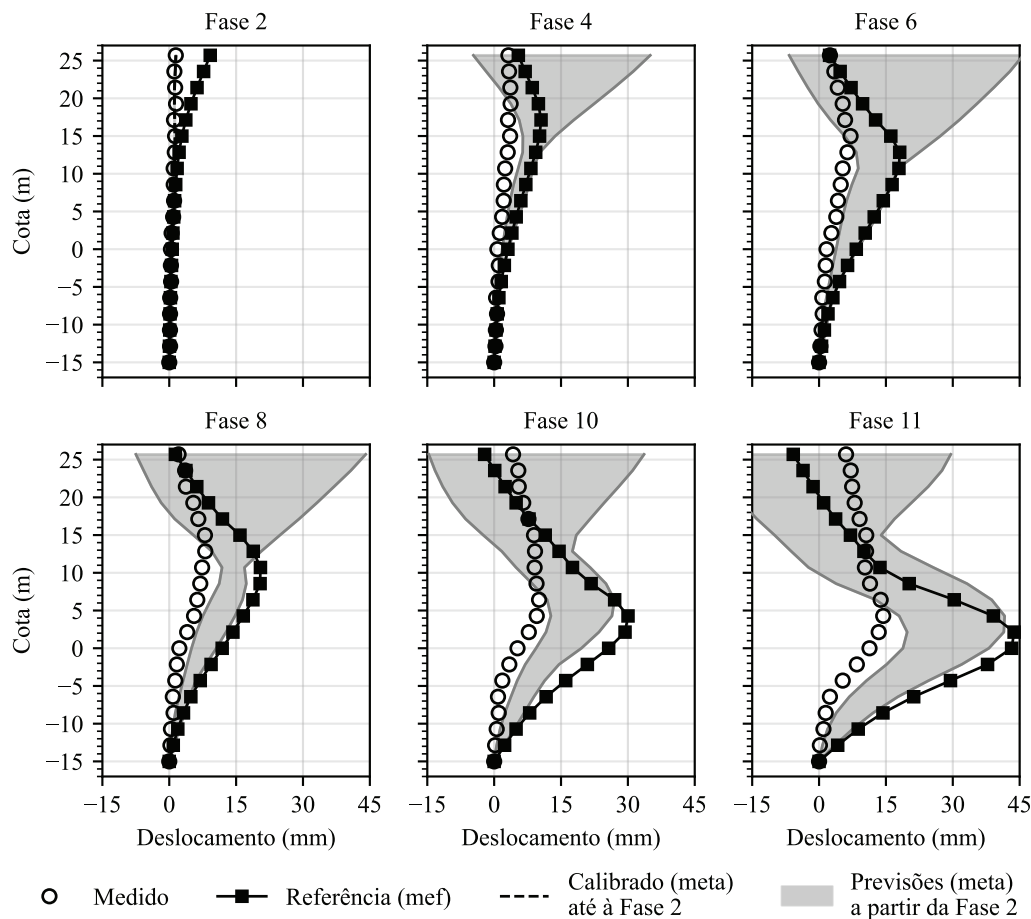


Fig. 11 – Comparação entre os deslocamentos medidos, os obtidos no cálculo de referência pelo método de elementos finitos (mef) e o intervalo de previsões dos metamodelos (meta) calibrados com os dados de monitorização disponíveis até ao final da Fase 2.

5.3 – Verificação das previsões pelo modelo de elementos finitos

A calibração com todos os dados de campo (Fases 2 a 11) resulta numa reprodução dos deslocamentos observados com elevado nível de precisão recorrendo ao metamodelo. Esta observação não garante, no entanto, que os parâmetros finais (Quadro 5) sejam os corretos, uma vez que, para além das simplificações inerentes a simulações por elementos finitos, que podem não conseguir capturar todos os detalhes da construção da estrutura, existem inevitavelmente erros associados à utilização de metamodelos. Impõe-se, portanto, uma verificação final do desempenho

do modelo, que consiste em voltar ao modelo de elementos finitos e, utilizando os parâmetros calibrados com recurso ao metamodelo, produzir previsões para todas as fases. O resultado deste Cálculo de Verificação está ilustrado na Figura 13, onde se pode constatar não só uma boa aproximação dos dados de campo pelo modelo de elementos finitos, como também um erro reduzido entre este e o metamodelo para os parâmetros calibrados, confirmando a fiabilidade do processo adotado neste estudo. Importa ainda salientar que um número elevado de parâmetros se traduz numa grande dispersão nos valores calibrados (Figura 10) ou num índice de Sobol total muito reduzido, estando os parâmetros em causa devidamente identificados no Quadro 5. Isto significa que os dados de campo disponíveis — perfis de deslocamento da parede para seis fases construtivas — são insuficientes para uma determinação objetiva desses parâmetros, devendo nesse caso ser adotados os valores de referência, que incorporam à partida conhecimento geotécnico ausente do processo de calibração.

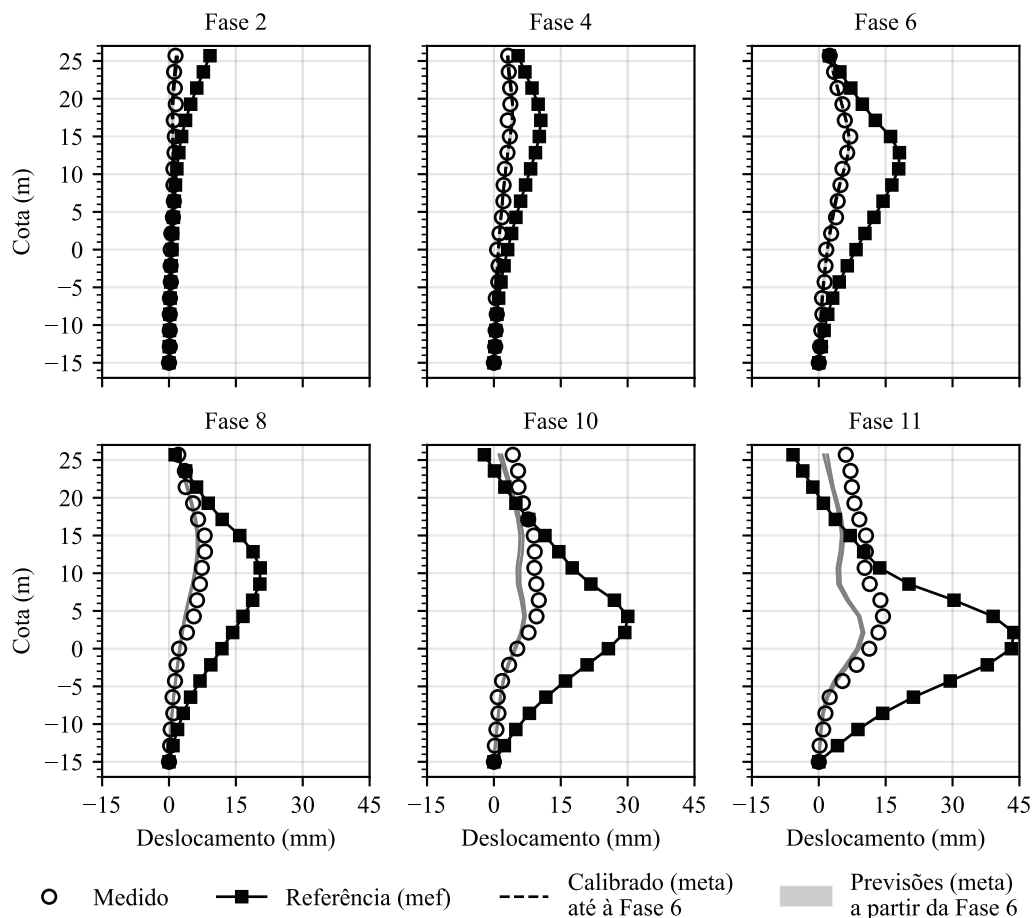


Fig. 12 – Comparação entre os deslocamentos medidos, os obtidos no cálculo de referência pelo método de elementos finitos (mef) e o intervalo de previsões dos metamodelos (meta) calibrados com os dados de monitorização disponíveis até ao final da Fase 6.

Um cálculo adicional de elementos finitos, designado “Cálculo Combinado”, que utiliza os valores calibrados apenas para os parâmetros mais influentes e os valores de referência para os restantes, está também incluído na Figura 13. Os resultados confirmam a existência de diferenças

muito reduzidas em relação ao cálculo de verificação, o que sugere que uma estratégia de calibração mais económica — fixando no algoritmo genético os valores de referência para os parâmetros identificados como menos relevantes — poderia ser adotada em iterações futuras do processo, reduzindo a dimensionalidade do problema inverso sem comprometer a qualidade do ajuste.

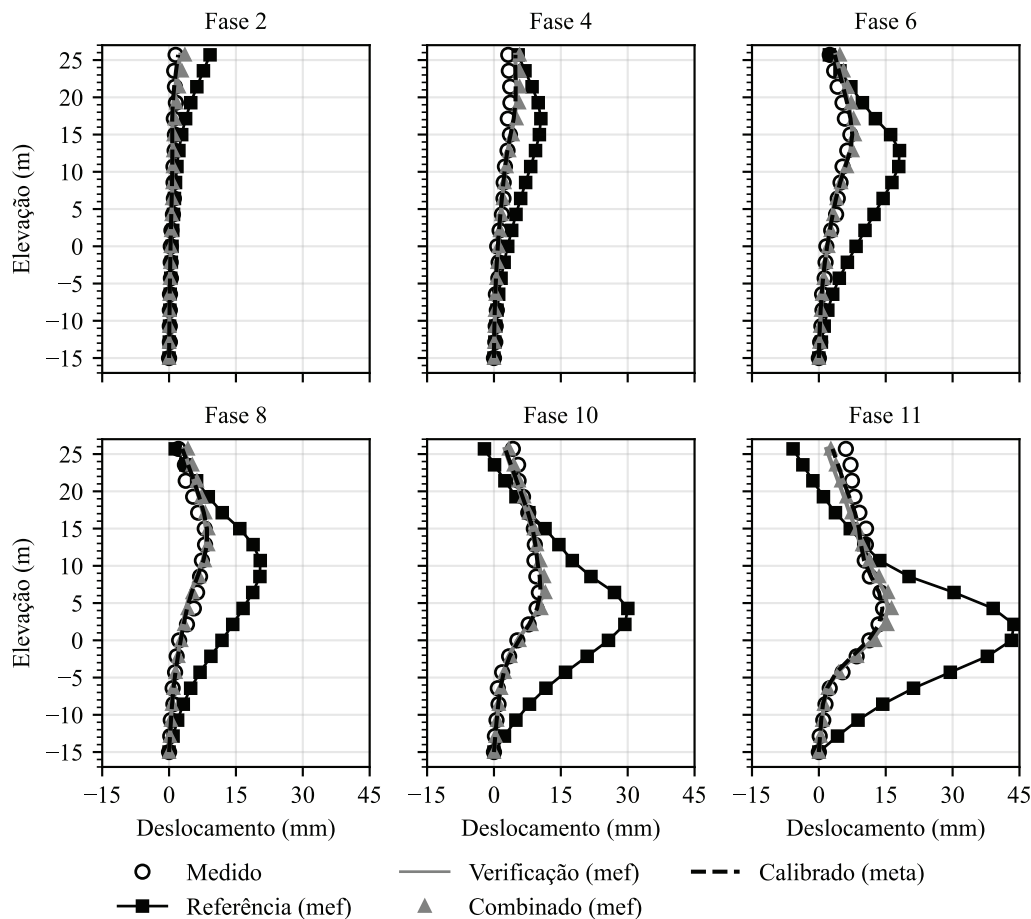


Fig. 13 – Comparação entre os deslocamentos medidos e os obtidos recorrendo ao modelo de elementos finitos (mef) e ao metamodelo (meta), utilizando os parâmetros calibrados com a totalidade dos dados de monitorização disponíveis.

6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo aborda a importância crescente da utilização de metamodelos em engenharia geotécnica, frequentemente desenvolvidos com recurso a técnicas de inteligência artificial, e a sua capacidade de reproduzir o comportamento de estruturas geotécnicas complexas com um custo computacional muito inferior ao dos modelos numéricos convencionais. É proposta uma classificação de metamodelos destinados à substituição de análises numéricas de acordo com a sua finalidade, distinguindo três categorias — otimização, variabilidade e retroanálise — em função da componente do modelo tratada como variável. Esta classificação clarifica o âmbito de aplicação de cada tipo de metamodelo e constitui um enquadramento útil para organizar e interpretar desenvolvimentos futuros nesta área.

Quadro 5 – Parâmetros calibrados com a totalidade dos dados de monitorização disponíveis.

Propriedade		Valor calibrado
$K_{0,topo}$		0,81
MG	E	28,84 MPa
TG	G_{ref}	77,15 MPa
	a (†)	$4,13 \times 10^{-5}$ ($1,45 \times 10^{-4}$)
	b (†)	0,59 (1,00)
	RG_{min} (†)	0,285 (0,035)
LC	G_{ref}	59,32 MPa
	a	$1,68 \times 10^{-3}$
	b (†)	1,49 (0,90)
	RG_{min} (†)	0,030 (0,065)
LGC	G_{ref}	86,05 MPa
	a	$1,41 \times 10^{-2}$
	b (†)	0,95 (0,95)
	RG_{min}	0,285
Escoras (†)	$(K/K_{ini})_{1,2,3,4}$	0,22; 0,36; 0,55; 0,11

(†) parâmetros caracterizados ou por grande dispersão de valores na calibração ou por índices de Sobol total muito reduzidos. Para estes parâmetros o valor de referência, adotado no cálculo “Combinado” está indicado entre parêntesis.

Uma metodologia para efetuar a retroanálise de estruturas geotécnicas de elevada complexidade recorrendo a metamodelos é proposta e validada através da sua aplicação à escavação profunda multi-escorada da estação de *Tottenham Court Road*, em Londres. Para este caso de estudo, foi gerada uma base de dados a partir de 1943 análises válidas, em que se variou simultaneamente 18 parâmetros, gerando um espaço de pesquisa de elevada dimensionalidade. Para cada uma das seis fases de escavação foi desenvolvido um metamodelo, apresentando valores do coeficiente de determinação superiores a 0,977 para as amostras de teste, o que confirma uma boa capacidade de generalização, com a vantagem de terem um tempo de execução por avaliação inferior a um segundo — em contraste com os 20 a 30 minutos necessários para cada análise de elementos finitos correspondente.

O estudo de sensibilidade global baseado em índices de Sobol revela que os parâmetros da camada *LC* controlam a resposta da parede em praticamente todas as fases e profundidades, com o parâmetro que governa a redução da rigidez com o nível de deformação a revelar-se consistentemente mais influente do que o módulo de distorção de referência, que controla a rigidez a muito baixas deformações. No que respeita à evolução da importância relativa dos diversos parâmetros com o progredir da escavação, verificou-se que a influência dos parâmetros da camada mais profunda (*LGC*) aumenta progressivamente com o avançar da escavação, enquanto a contribuição dos depósitos superficiais diminui substancialmente após as fases iniciais. Como esperado, os índices de Sobol para a rigidez das escoras são nulos antes da sua instalação, aumentando com o progredir da escavação. A análise em profundidade dos índices de Sobol mostrou ainda que a influência de cada nível de escora se concentra predominantemente nas zonas da parede localizadas nas imediações da sua localização.

Por último, a retroanálise do comportamento da parede foi realizada de forma progressiva adicionando-se sucessivamente novos dados da monitorização, procurando replicar a aplicação do método observacional. Os resultados confirmam que a informação disponível após a Fase 2 é insuficiente para uma determinação objetiva dos 18 parâmetros, sendo os intervalos de previsão de deslocamentos para as fases subseqüentes extremamente amplos. Com o progredir da escavação e a

acumulação de dados de monitorização, os intervalos de valores calibrados estreitam-se progressivamente, demonstrando a viabilidade da abordagem proposta no contexto do método observacional. Os parâmetros calibrados com a totalidade dos dados foram verificados recorrendo a um modelo de elementos finitos independente, obtendo-se um bom ajuste entre os deslocamentos medidos, os previstos pelo modelo de elementos finitos e os previstos pelo metamodelo, o que confirma a fiabilidade do processo adotado e a adequação dos metamodelos desenvolvidos para aplicações de retroanálise em tempo quase real.

Importa reconhecer que, apesar do considerável potencial da abordagem proposta, subsistem algumas limitações importantes. Em primeiro lugar, o processo de retroanálise ignora os valores de referência dos parâmetros, descartando conhecimento geotécnico acumulado — proveniente de ensaios laboratoriais, ensaios *in situ* e experiência acumulada em projetos anteriores. Esta limitação é particularmente relevante em problemas de elevada dimensionalidade, nos quais a não-unicidade das soluções pode conduzir a combinações de parâmetros fisicamente inconsistentes, mas numericamente equivalentes em termos da função objetivo. Em segundo lugar, os metamodelos desenvolvidos estão limitados aos *outputs* inicialmente selecionados — deslocamentos horizontais da parede —, não sendo possível avaliar diretamente a influência dos parâmetros noutras grandezas de interesse, como forças nas escoras ou assentamentos à superfície, sem uma nova campanha de análises por elementos finitos. Por último, ao adotar uma estratégia de amostragem única por hipercubo latino, é possível que algumas análises tenham sido executadas em regiões do espaço de pesquisa com menor relevância para o desempenho do metamodelo. A metodologia de amostragem adaptativa CV-BASHES (Yang et al., 2026) apresenta-se como uma alternativa promissora para automatizar e racionalizar este processo, orientando a geração de dados para as regiões do espaço de parâmetros onde o metamodelo beneficia mais de observações adicionais.

7 – AGRADECIMENTOS

Parte da investigação apresentada neste artigo recebeu o apoio do projeto SIDETools – *Smart Infrastructure Design Tools* (EP/X52446X/1), financiado pelo *Engineering and Physical Sciences Research Council* (EPSRC, Reino Unido).

8 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ansel, J.; Yang, E.; He, H.; Gimelshein, N.; Jain, A.; Voznesensky, M.; Bao, B.; Bell, P.; Berard, D.; Burovski, E.; Chauhan, G.; Chourdia, A.; Constable, W.; Desmaison, A.; DeVito, Z.; Ellison, E.; Feng, W.; Gong, J.; Gschwind, M.; Hirsh, B.; Huang, S.; Kalambarkar, K.; Kirsch, L.; Lazos, M.; Lezcano, M.; Liang, Y.; Liang, J.; Lu, Y.; Luk, C. K.; Maher, B.; Pan, Y.; Puhersch, C.; Reso, M.; Saroufim, M.; Siraichi, M. Y.; Suk, H.; Zhang, S.; Suo, M.; Tillet, P.; Zhao, X.; Wang, E.; Zhou, K.; Zou, R.; Wang, X.; Mathews, A.; Wen, W.; Chanan, G.; Wu, P.; Chintala, S. (2024). *PyTorch 2: Faster Machine Learning Through Dynamic Python Bytecode Transformation and Graph Compilation*. Proceedings of the 29th ACM International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems (ASPLOS '24), Association for Computing Machinery, New York, NY, USA. <https://doi.org/10.1145/3620665.3640366>
- Avgerinos, V.; Potts, D. M.; Standing, J. R. (2016) *The use of kinematic hardening models for predicting tunnelling-induced ground movements in London Clay*. Geotechnique. 66 (2), pp.106-120. <https://doi.org/10.1680/jgeot.15.p.035>
- Bentley Systems (2025). *PLAXIS2D 2024.3 - Reference Manual*.

- Cañavate-Grimal, A.; Falcó, A.; Calderón, P.; Payá-Zaforteza, I. (2015). *On the use of stochastic spectral methods in deep excavation inverse problems*. Computers & Structures. 159, pp. 41-60. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.06.009>
- Cerek, K.; Gupta, A.; Dao, D. A.; Hadjiloo, E.; Grabe, J. (2025). *Predicting soil stress-strain behaviour with bidirectional long short-term memory networks*. Machine Learning and Data Science in Geotechnics. 1 (1), pp. 60-77. <http://doi.org/10.1108/mlag-08-2024-0007>
- Cerek, K.; Klos, D.; Hadjiloo, E.; Grabe, J. (2026). *Hybrid surrogate models of quay walls*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Civil Engineering, pp. 1-13. <https://doi.org/10.1680/jcien.25.00451>
- Chen, Y. (2018). *Application of new observational method on deep excavation retaining wall design in London Clay*. PhD Thesis. Department of Engineering, University of Cambridge.
- Chen, Y.; Nicholson, D. P.; Ingram, P.; Hardy, S.; Liew, H. L.; Farooq, I.; Biscontin, G. (2015). *Application of the observational method on Crossrail project*. Proceedings of Crossrail: A Specialist Foundation Construction Lessons Learnt Conference, London, UK, ICE Publishing. pp. 63-72.
- Chen, Y.; Pillai, A. K.; Nicholson, D. P.; Biscontin, G. (2018). *Back analysis Crossrail deep excavations using three-dimensional finite element modelling*. Proceedings of the 9th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Porto, Portugal.
- Ferrero, J. A.; Ruiz López, A.; Taborda, D. M. G.; Brasile, S. (2023). *Applying the observational method to a deep braced excavation using an artificial neural network*. Proceedings of the 10th European Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, London, UK. <https://doi.org/10.53243/NUMGE2023-303>
- Finno, R. J.; Calvello, M. (2005). *Supported Excavations: Observational Method and Inverse Modeling*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 131 (7), pp. 826-836. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2005\)131:7\(826\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2005)131:7(826))
- Forrester, A. I. J.; Sobester, A.; Keane, A. J. (2008). *Engineering design via surrogate modelling: a practical guide*. Chichester, John Wiley & Sons, Ltd.
- Gawecka, K. A.; Taborda, D. M. G.; Potts, D. M.; Cui, W. J.; Zdravkovic, L.; Kasri, M. S. H. (2017). *Numerical modelling of thermo-active piles in London Clay*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering. 170 (3), pp. 201-219. <http://doi.org/10.1680/jgeen.16.00096>
- Ghaboussi, J.; Garrett, J. H.; Wu, X. (1991). *Knowledge-Based Modeling of Material Behavior with Neural Networks*. Journal of Engineering Mechanics. 117 (1), pp. 132-153. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1991\)117:1\(132\)](http://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1991)117:1(132))
- Ghalandari, T.; Taborda, D. M. G.; Kia, A.; Vuye, C. (2024) *Hybrid framework for surrogate modelling of massive solar collectors in road pavements*. Geomechanics for Energy and the Environment. 40, 100617. <https://doi.org/10.1016/j.gete.2024.100617>
- Hashash, Y. M. A.; Jung, S.; Ghaboussi, J. (2004) *Numerical implementation of a neural network based material model in finite element analysis*. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 59 (7), pp. 989-1005. <http://doi.org/10.1002/nme.905>
- Hight, D. W.; Gasparre, A.; Nishimura, S.; Minh, N. A.; Jardine, R. J.; Coop, M. R. (2007). *Characteristics of the London Clay from the Terminal 5 site at Heathrow Airport*. Geotechnique. 57 (1), pp. 3-18. <https://doi.org/10.1680/geot.2007.57.1.3>

- Homma, T.; Saltelli, A. (1996). *Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models*. Reliability Engineering & System Safety. 52 (1), 1-17. [https://doi.org/10.1016/0951-8320\(96\)00002-6](https://doi.org/10.1016/0951-8320(96)00002-6)
- Joseph, V. R.; Gul, E.; Ba, S. (2020). *Designing computer experiments with multiple types of factors: The MaxPro approach*. Journal of quality technology. 52 (4), pp. 343-354. <https://doi.org/10.1080/00224065.2019.1611351>
- Kingma, D. P.; Ba, J. L. (2015). *Adam: A Method for Stochastic Optimization*. Proceedings of the 3rd International Conference on Learning Representations (ICLR), San Diego, CA, USA. <https://arxiv.org/abs/1412.6980>
- Kudela, J.; Matousek, R. (2022) *Recent advances and applications of surrogate models for finite element method computations: a review*. Soft Computing. 26 (24), pp. 13709-13733. <http://doi.org/10.1007/s00500-022-07362-8>
- Kung, G. T.; Hsein Juang, C.; Hsiao, E. C.; Hashash, Y. M. A. (2007). *Simplified Model for Wall Deflection and Ground-Surface Settlement Caused by Braced Excavation in Clays*. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. 133 (6), pp. 731-747. [http://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2007\)133:6\(731\)](http://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2007)133:6(731))
- Kwang, C. W.; Chen, Y. (2025). *A method of isolating different components of prop axial force through FFT&BWF signal filters*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering. 178 (5), pp. 574-587. <https://doi.org/10.1680/jgeen.24.00241>
- Ledesma, A.; Gens, A.; Alonso, E. E. (1996). *Estimation of parameters in geotechnical backanalysis — I. Maximum likelihood approach*. Computers and Geotechnics. 18 (1), pp. 1-27. [https://doi.org/10.1016/0266-352X\(95\)00021-2](https://doi.org/10.1016/0266-352X(95)00021-2)
- Masi, F.; Stefanou, I.; Vannucci, P.; Maffi-Berthier, V. (2021). *Thermodynamics-based Artificial Neural Networks for constitutive modeling*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 147, 104277. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2020.104277>
- McKay, M. D.; Beckman, R. J.; Conover, W. J. (1979) *Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code*. Technometrics. 21 (2), 239-245. <https://doi.org/10.1080/00401706.1979.10489755>
- New, B. M.; Bowers, K. H. (1994). Ground movement model validation at the Heathrow Express trial tunnel. *Tunnelling '94: Papers presented at the seventh international symposium, 'Tunnelling '94'*. Boston, MA, Springer US, pp. 301-329.
- Peck, R. B. (1969). *Advantages and Limitations of the Observational Method in Applied Soil Mechanics*. Geotechnique. 19 (2), pp. 171-187. <http://doi.org/10.1680/geot.1969.19.2.171>
- Pedro, A. M. G. (2007) *Mato Forte tunnel – Back analysis of its Behaviour*. MSc Thesis. University of Coimbra, Coimbra, Portugal (in Portuguese).
- Pedro, A. M. G.; Taborda, D. M. G.; Repsold, L. M.; Almeida e Sousa, J. (2025). *The influence of the construction methodology on the modelled response of shafts*. Soils and Rocks. 48 (4). <https://doi.org/10.28927/SR.2025.004025>
- Pirrone, A. I.; Taborda, D. M. G. (2023). *An application of machine learning to the back analysis of monopile response*. 9th International Society for Underwater Technology Offshore Site Investigation and Geotechnics Conference, London, UK. <https://doi.org/10.3723/XENI6047>

- Rechea, C.; Levasseur, S.; Finno, R. (2008). *Inverse analysis techniques for parameter identification in simulation of excavation support systems*. Computers and Geotechnics. 35 (3), pp. 331-345. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2007.08.008>
- Ruiz López, A. (2024). *IC MAGE GenAlgo - Genetic Algorithms for Geotechnics (Version 1.0)*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13998194>
- Ruiz López, A.; Taborda, D. M. G.; Tsiamposi, A.; Go, J.; Dingle, H. (2025). *A data-driven macroelement model for suction buckets in sand*. Proceedings of the 5th International Symposium on Frontiers in Offshore Geotechnics, Nantes, France. <https://doi.org/10.53243/ISFOG2025-347>
- Ruiz López, A.; Taborda, D. M. G.; Tsiamposi, A.; Pedro, A. M. G.; Hardy, S. (2024). *Applying machine learning to the development of surrogate models for shafts in clay*. Proceedings of the XVIII ECSMGE 2024, Lisbon, Portugal, CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003431749-133>
- Sacks, J.; Welch, W. J.; Mitchell, T. J.; Wynn, H. P. (1989). *Design and Analysis of Computer Experiments*. Statistical science. 4 (4), pp. 409-423. <http://doi.org/10.1214/ss/1177012413>
- Sailer, E.; Taborda, D. M. G.; Zdravkovic, L.; Potts, D. M. (2019). *Fundamentals of the coupled thermo-hydro-mechanical behaviour of thermo-active retaining walls*. Computers and Geotechnics. 109, pp. 189-203. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.01.017>
- Saltelli, A.; Annoni, P.; Azzini, I.; Campolongo, F.; Ratto, M.; Tarantola, S. (2010). *Variance based sensitivity analysis of model output. Design and estimator for the total sensitivity index*. Computer Physics Communications. 181 (2), pp. 259-270. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2009.09.018>
- Sanchez Fernandez, J.; Provost, A.; Ruiz López, A.; Taborda, D. M. G. (2025). *A data-driven approach to predicting the long-term thermal performance of thermo-active piles*. Proceedings of the 3rd International Conference on Energy Geotechnics, Paris. <https://hal.science/hal-05343917v1>
- Sheil, B.; Anagnostopoulos, C.; Buckley, R.; Ciantia, M. O.; Febrianto, E.; Fu, J.; Gao, Z.; Geng, X.; Gong, B.; Hanley, K.; He, P.; Kolomvatsos, K.; Lopes, B. de C. F. L.; Ninic, J.; Previtali, M.; Rezanian, M.; Ruiz Lopez, A.; Sun, J.; Suryasentana, S.; Taborda, D. M. G.; Utili, S.; Whyte, S.; Zhang, P. (2026). *Artificial intelligence transformations in geotechnics: progress, challenges and future enablers*. Computers and Geotechnics. 189, 107604. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2025.107604>
- Simpson, T. W.; Poplinski, J. D.; Koch, P. N.; Allen, J. K. (2001). *Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations*. Engineering with computers. 17 (2), pp. 129-150. <http://doi.org/10.1007/PL00007198>
- Sloan, S. W. (1987). *Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations*. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 24 (5), pp. 893-911. <https://doi.org/10.1002/nme.1620240505>
- Sloan, S. W.; Abbo, A. J.; Sheng, D. (2001). *Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control*. Engineering Computations. 18 (1/2), pp. 121-194. <https://doi.org/10.1108/02644400110365842>
- Sobol', I. M. (2001). *Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates*. Mathematics and Computers in Simulation. 55 (1), pp. 271-280. [https://doi.org/10.1016/S0378-4754\(00\)00270-6](https://doi.org/10.1016/S0378-4754(00)00270-6)

- Taborda, D. M. G.; Kontoe, S.; Tsiampousi, A. (2023). *IC MAGE Flow Model 01 – Nonlinearly varying anisotropic permeability (Version 1.0)*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.7796383>
- Taborda, D. M. G.; Kontoe, S.; Tsiampousi, A. (2024a). *IC MAGE Model 01 – Strain-hardening/softening Mohr-Coulomb failure criterion with isotropic small strain stiffness (Version 2.2)*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13891265>
- Taborda, D. M. G.; Kontoe, S.; Tsiampousi, A. (2024b) *IC MAGE UMIP - Universal model interface for PLAXIS (Version 3.6)*. Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.13890543>.
- Taborda, D. M. G.; Pedro, A. M. G.; Xia, H.; Hardy, S. (2025). *A methodology for improved predictions of surface ground movements around shafts*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering. 178 (4), pp. 479-493. <https://doi.org/10.1680/jgeen.24.00258>
- Taborda, D. M. G.; Potts, D. M.; Zdravkovic, L. (2016). *On the assessment of energy dissipated through hysteresis in finite element analysis*. Computers and Geotechnics. 71, pp. 180-194. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2015.09.001>
- Yang, Y.; Ruiz López, A.; Tsiampousi, A.; Taborda, D. M. G. (2026). *A novel adaptive sampling approach with batch selection for the automatic generation of surrogate models in geotechnical engineering*. Data-Centric Engineering. 7, e2. <https://doi.org/10.1017/dce.2025.10036>
- Yeow, H.-C.; Nicholson, D.; Man, C.-L.; Ringer, A.; Glass, P.; Black, M. (2014). *Application of observational method at Crossrail Tottenham Court Road station, UK*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering. 167 (2), pp. 182-193. <https://doi.org/10.1680/geng.13.00035>
- Yin, X.; Wang, H.; Pisanò, F.; Gavin, K.; Askarinejad, A.; Zhou, H. (2023). *Deep learning-based design model for suction caissons on clay*. Ocean Engineering. 286, 115542. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2023.115542>
- Zhang, P.; Yin, Z.-Y.; Zheng, Y.; Gao, F.-P. (2020). *A LSTM surrogate modelling approach for caisson foundations*. Ocean Engineering. 204, 107263. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2020.107263>

9 – APÊNDICE A: PARÂMETROS DO MODELO CONSTITUTIVO

Os parâmetros de referência do modelo IC MAGE M01 (Taborda et al., 2024a) para os materiais TG, LC, LGC e TS são retirados de Gawecka et al. (2017) e encontram-se reproduzidos no quadro seguinte. Note-se que, para todos os materiais, $p'_{ref} = 100 \text{ kPa}$ e $m_G = m_K = 1,0$.

Quadro A.1 – Parâmetros de referência do modelo IC MAGE M01.

Parâmetro	TG	LC	LGC	TS
$\phi'(^{\circ})$	35,0	25,0	27,0	40,0
$c \text{ (kPa)}$	0,0	5,0	25,0	0,0
$\psi (^{\circ})$	17,5	12,5	13,5	20,0
$G_{ref} \text{ (MPa)}$	41,9	51,7	51,9	65,3
a	$1,45 \times 10^{-4}$	$5,60 \times 10^{-5}$	$1,10 \times 10^{-4}$	$4,60 \times 10^{-5}$
b	1,0	0,90	0,95	0,85
RG_{min}	0,035	0,065	0,047	0,026
$K_{ref} \text{ (MPa)}$	49,8	26,7	61,3	29,8
r	$2,47 \times 10^{-4}$	$1,27 \times 10^{-4}$	$6,50 \times 10^{-5}$	$1,55 \times 10^{-4}$
s	1,25	1,80	1,40	1,10
RK_{min}	0,154	0,133	0,076	0,279

10 – APÊNDICE B: RESUMO DO PROCESSO DE TREINO DOS METAMODELOS

Os Quadros B.1 e B.2 apresentam um resumo dos hiperparâmetros adotados no treino dos metamodelos para cada uma das fases de escavação, bem como os valores de R^2 obtidos para os conjuntos de treino e de teste, evidenciando uma boa capacidade de generalização dos metamodelos treinados.

Quadro B.1 – Hiperparâmetros de treino e desempenho dos metamodelos para as fases 2, 4 e 6.

Hiperparâmetro	Fase 2	Fase 4	Fase 6
Camadas ocultas	[4096, 2048, 1024]	[4096, 2048, 1024]	[4096, 2048, 1024]
Função de ativação	Mish	Mish	Mish
Taxa de aprend. inicial	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
Tamanho do lote	64	64	64
Taxa de aband. aleatório	0,25	0,25	0,25
Peso de energia de flexão	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
Redução de peso L2	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}
R^2 (treino)	0,9947	0,9988	0,9991
R^2 (teste)	0,9820	0,9952	0,9896

Quadro B.2 – Hiperparâmetros de treino e desempenho dos metamodelos para as fases 8, 10 e 11.

Hiperparâmetro	Fase 8	Fase 10	Fase 11
Camadas ocultas	[2048, 1024, 512]	[4096, 2048, 1024]	[1024 $\times$ 4]
Função de ativação	GeLu	Mish	Mish
Taxa de aprend. inicial	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
Tamanho do lote	128	64	128
Taxa de aband. aleatório	0,10	0,25	0,35
Peso de energia de flexão	0,0	10^{-4}	10^{-4}
Redução de peso L2	10^{-5}	10^{-5}	10^{-4}
R^2 (treino)	0,9993	0,9989	0,9933
R^2 (teste)	0,9895	0,9841	0,9775